



Číslicové spracovanie signálov

Prednáška č. 4

- Aktualizácia
- Syntéza ČF – všeobecný úvod
- Syntéza FIR
- Syntéza IIR
- Metóda využívajúca FFT

Aktualizácia

Kedy je ČF stabilný?

Aktualizácia

Ako je definovaný prenos ČF?

Aktualizácia

Aký je vzťah medzi $g(n)$ a $G(z)$?

Aktualizácia

Čo je to modulová frekvenčná charakteristika?

Aktualizácia

**Ako je definovaná argumentová frekvenčná
charakteristika?**

Aktualizácia

Aké podmienky musí spĺňať ideálna diskretna sústava?

Aktualizácia

**Ako vyzerá výsledná prenosová funkcia filtrov
zapojených paralelne?**



Číslicové spracovanie signálov

Prednáška č. 4

- Aktualizácia
- **Syntéza ČF – všeobecný úvod**
- Syntéza FIR
- Syntéza IIR
- Metóda využívajúca FFT

Filtrácia - Úvod do syntézy ČF

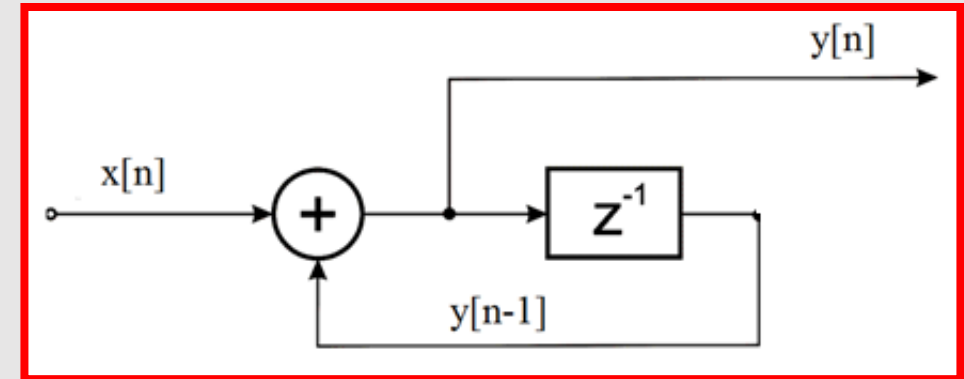
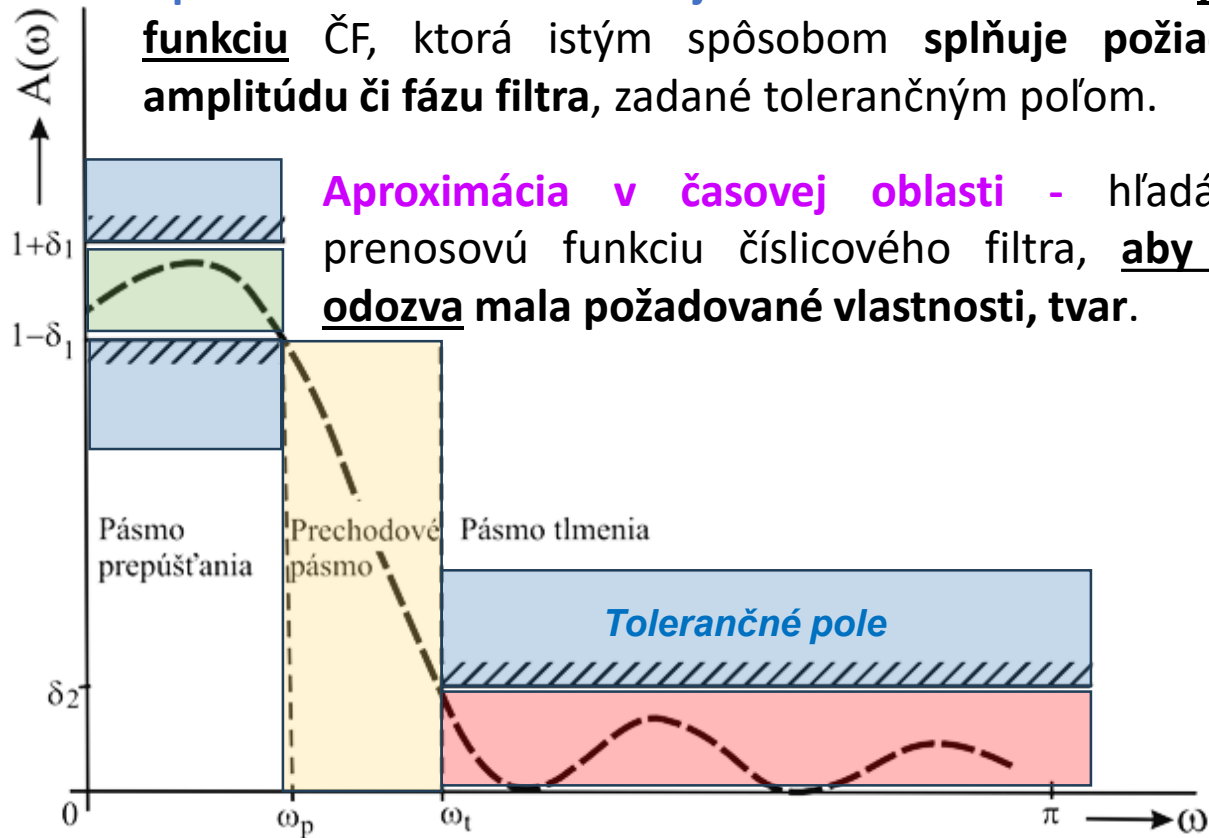
Syntéza ČF pozostáva z:

Aproximačnej časti – Nájdenie prenosovej funkcie $G(z)$

Realizačnej časti – Nájdenie zapojenia ČF podľa $G(z)$

Aproximácia vo frekvenčnej oblasti - hľadáme takú prenosovú funkciu ČF, ktorá istým spôsobom splňuje požiadavky na amplitúdu či fázu filtra, zadané tolerančným poľom.

Aproximácia v časovej oblasti - hľadáme takú prenosovú funkciu číslicového filtra, aby impulzná odozva mala požadované vlastnosti, tvar.



Filtrácia - Úvod do syntézy ČF

Existuje mnoho prístupov k syntéze a realizácii ČF:

Metódy syntézy rekurzívnych IIR ČF

- **metóda invariantnej impulznej charakteristiky** - Podstata metódy spočíva v rovnosti impulznej odozvy $g[n]$ navrhovaného ČF IIR a charakteristiky získanej diskretizáciou impulznej odozvy $g_a[t]$ príslušného analógového filtra (AF).
- **metóda bilineárnej transformácie** – Podstata metódy spočíva v prevode prenosovej funkcie AF (v priestore Laplaceovej transformácie) na prenosovú funkciu ČF (v priestore Z transformácie)
- **metóda numerického riešenia diferenciálnych rovníc** – spočíva v aproximácii derivácii, ktoré sa vyskytujú v diferencialnej rovnici popisujúcej AF, pomocou konečných diferencií.
- **metóda minimalizácie strednej kvadratickej chyby**
- **metóda inverzie**

Metódy syntézy rekurzívnych FIR ČF

- **metóda diskretných oknových funkcií**
- **metóda frekvenčnej diskretizácie**



Číslicové spracovanie signálov

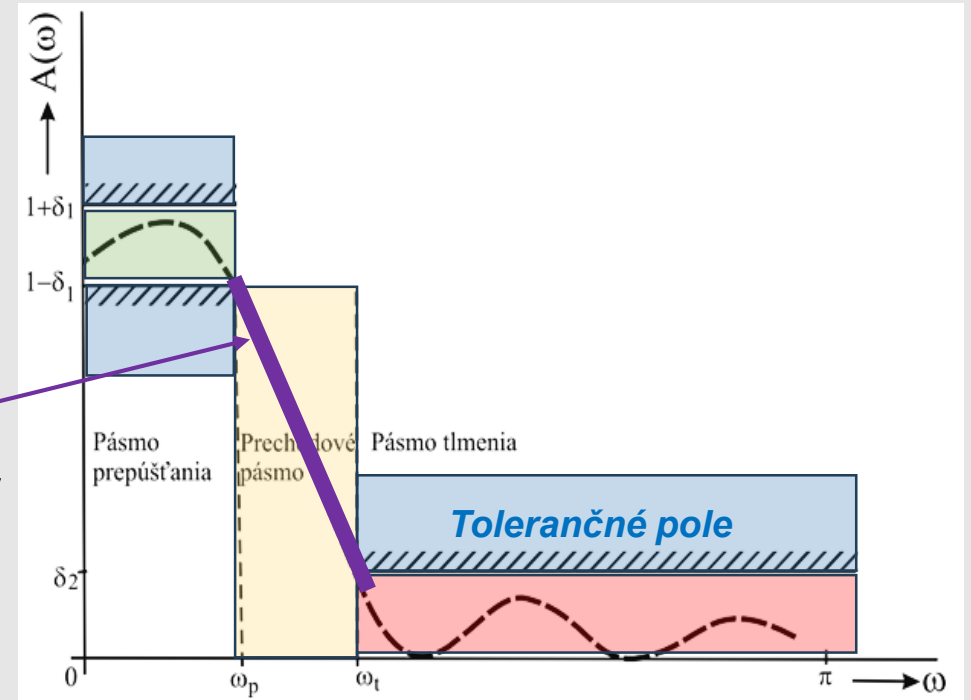
Prednáška č. 4

- Aktualizácia
- Syntéza ČF – všeobecný úvod
- **Syntéza FIR**
- Syntéza IIR
- Metóda využívajúca FFT

Syntéza FIR

Základné vlastnosti filtrov FIR

- Nemajú svoje spojité ekvivalenty AF, sú realizované iba ako diskkrétne sústavy
- **Sú vždy stabilné**
- **Možno ich navrhnuť s lineárnou fázovou frekvenčnou charakteristikou**
- **Nemajú spätnú väzbu**
- Jednoduchá štruktúra, zapojenie
- **Nevýhodou FIR** – pre dosiahnutie vysokej strmosti – **nutné zvolit' vysoký rad filtra**
 - **s vysokým radom súvisia vysoké nároky na pamäť, veľké oneskorenie pri spracovaní vstupného signálu**



Prenosová funkcia má tvar polynómu

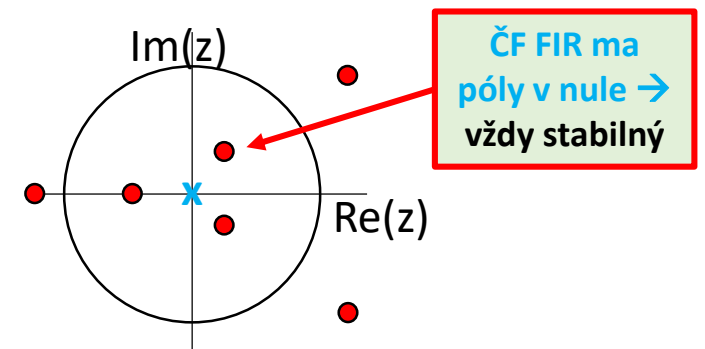
$$G(z) = \sum_{k=0}^N a_k z^{-k} = \sum_{n=0}^N g(n) z^{-n}$$

Koeficienty ČF FIR sú priamo hodnoty impulznej odpovede $a_k = g_k$

Komplexná frekvenčná prenosová funkcia má tvar trigonometrického polynómu

$$G(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^N g(n) e^{-j\omega n}$$

$$z = e^{j\omega}$$

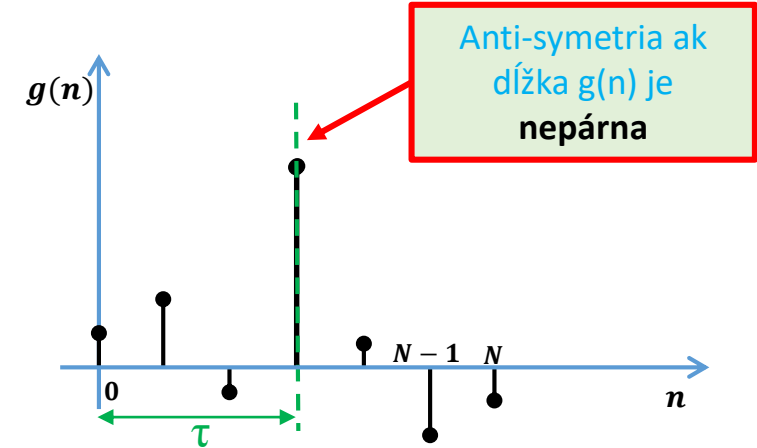
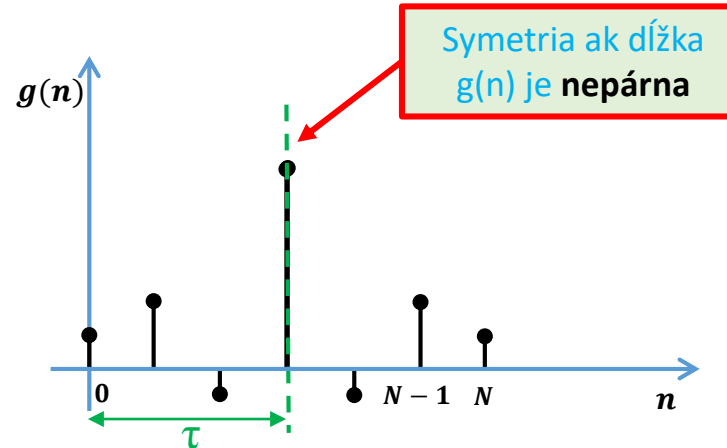
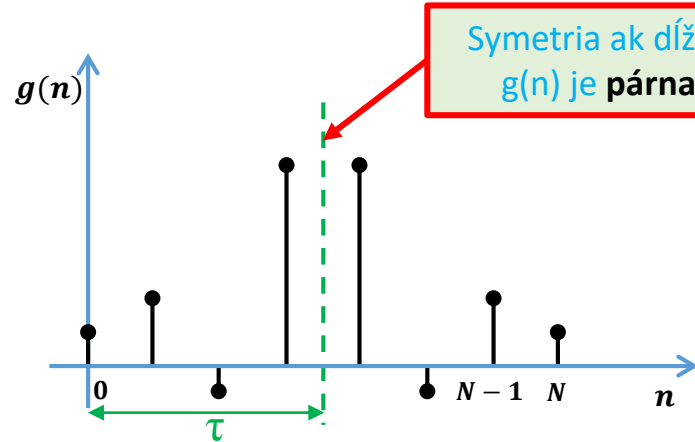


ČF FIR má póly v nule → vždy stabilný

Syntéza FIR

ČF FIR možno navrhnuť s lineárnou fázovou frekvenčnou charakteristikou.

- Podmienkou lineárnej fázovej frekvenčnej charakteristiky: **je symetria (aj anti-symetria) impulzovej charakteristiky.**



$\tau = (N-1)/2$ - sa nazýva **fázové oneskorenie filtra** a meria sa vo vzorkách (bezrozmerné číslo). Vo všeobecnosti je definované ako:

$$\tau = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega}$$

ČF FIR, ktorého frekvenčná prenosová funkcia umožňuje reprezentáciu spojitaj **lineárnej fázovej** frekvenčnej charakteristiky v tvare:

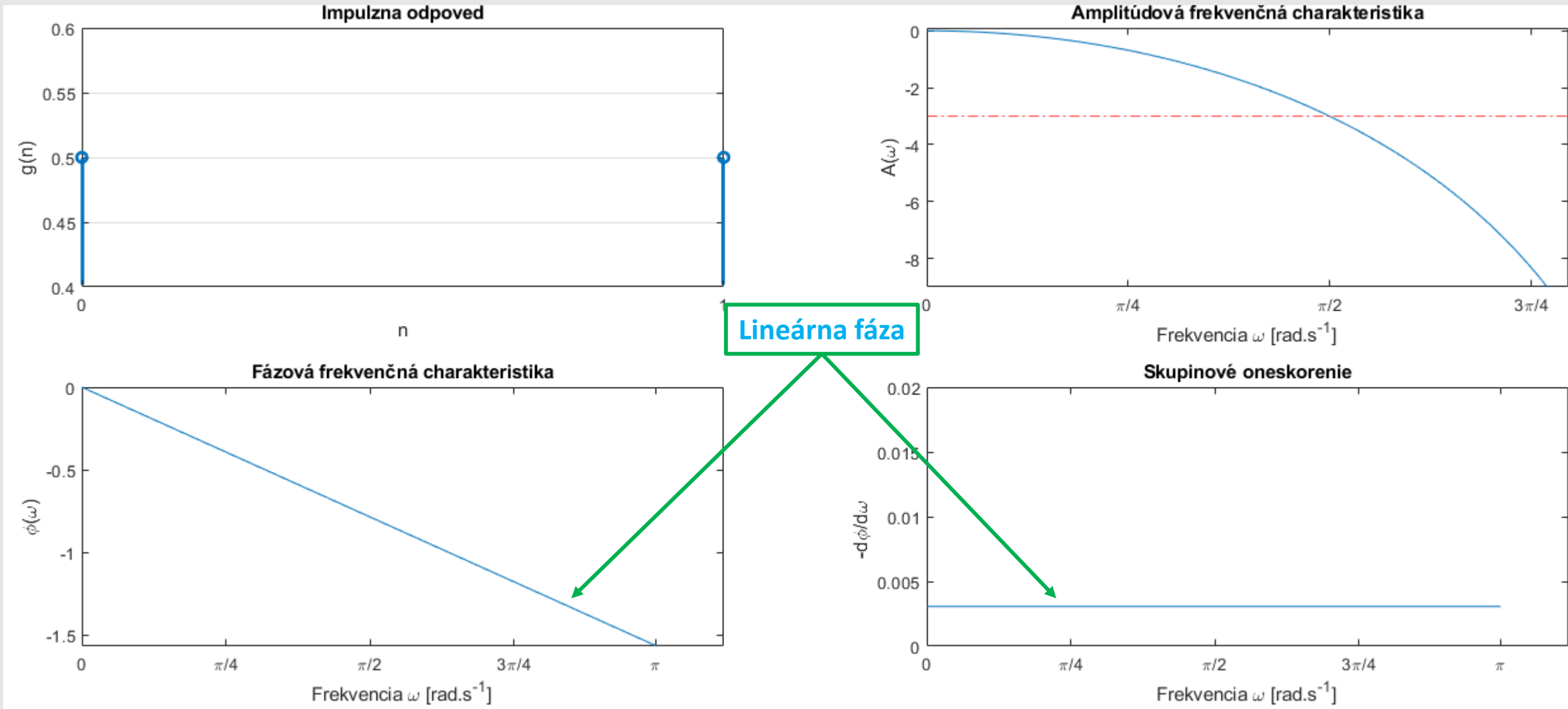
$$G(e^{j\omega}) = A(\omega)e^{-j\omega\tau}$$

nazývame **filter s lineárnou frekvenčnou charakteristikou.**

Filtre s lineárnou fázovou frekvenčnou charakteristikou sú charakterizované konštantným fázovým oneskorením!

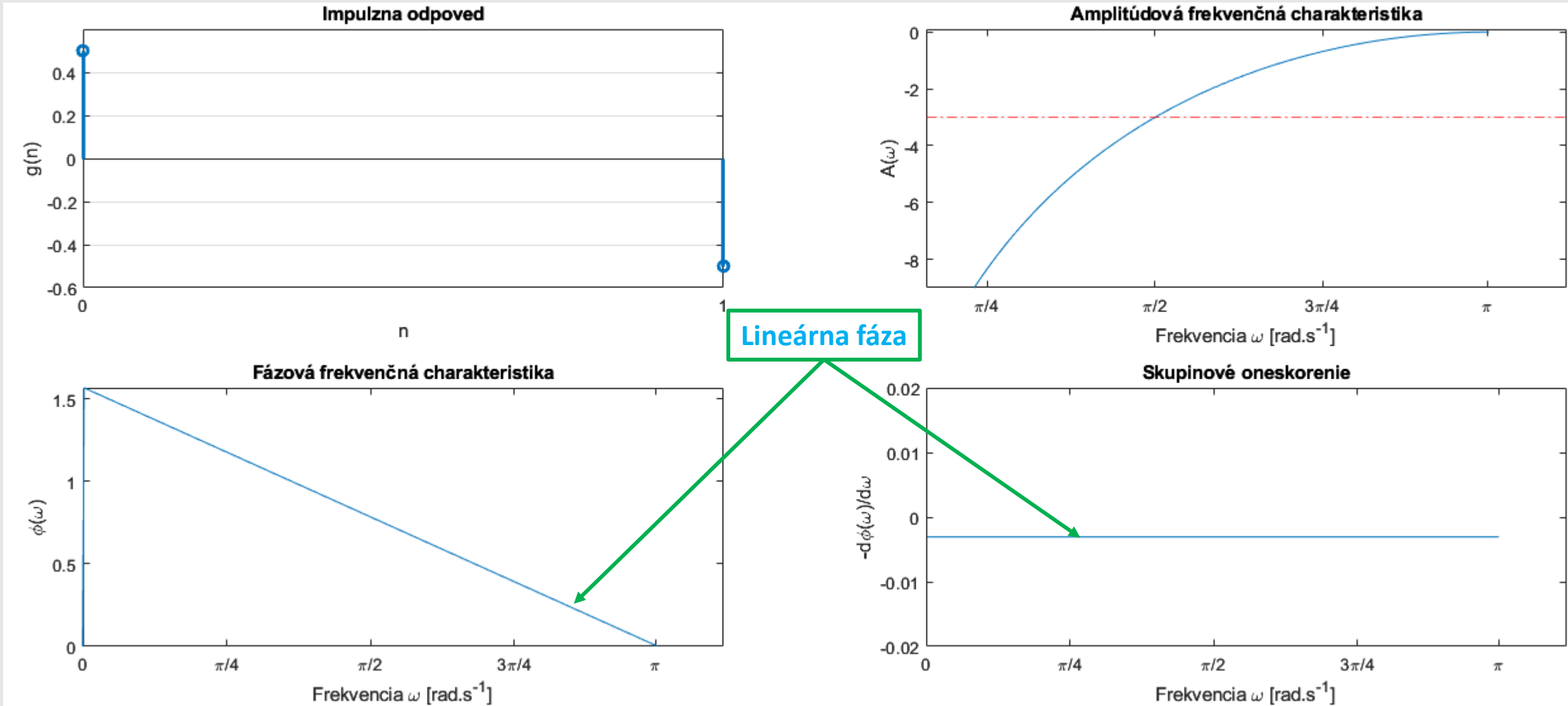
Syntéza FIR – *Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky*

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.5, 0.5]$



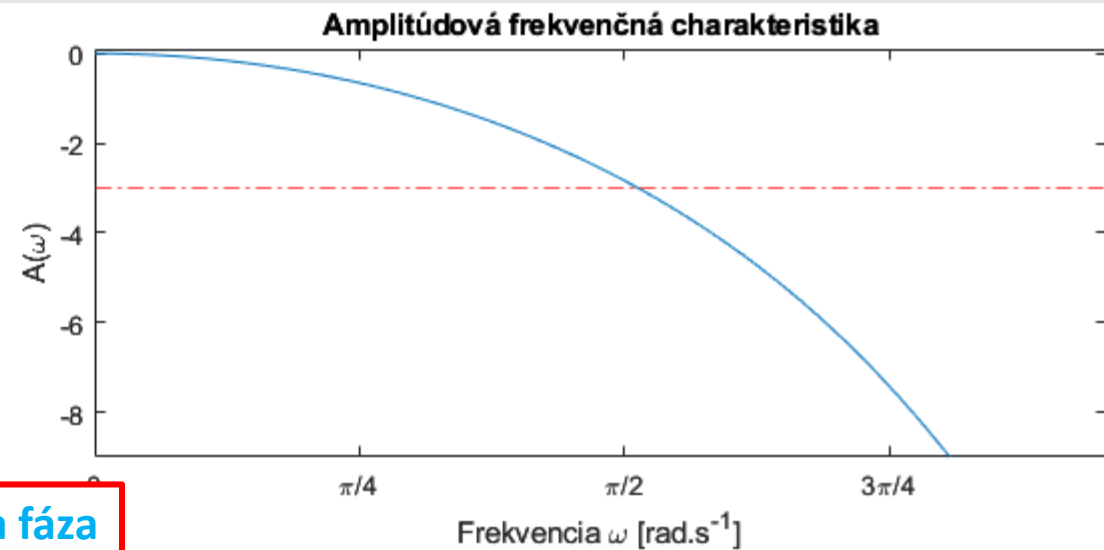
Syntéza FIR – Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.5, -0.5]$

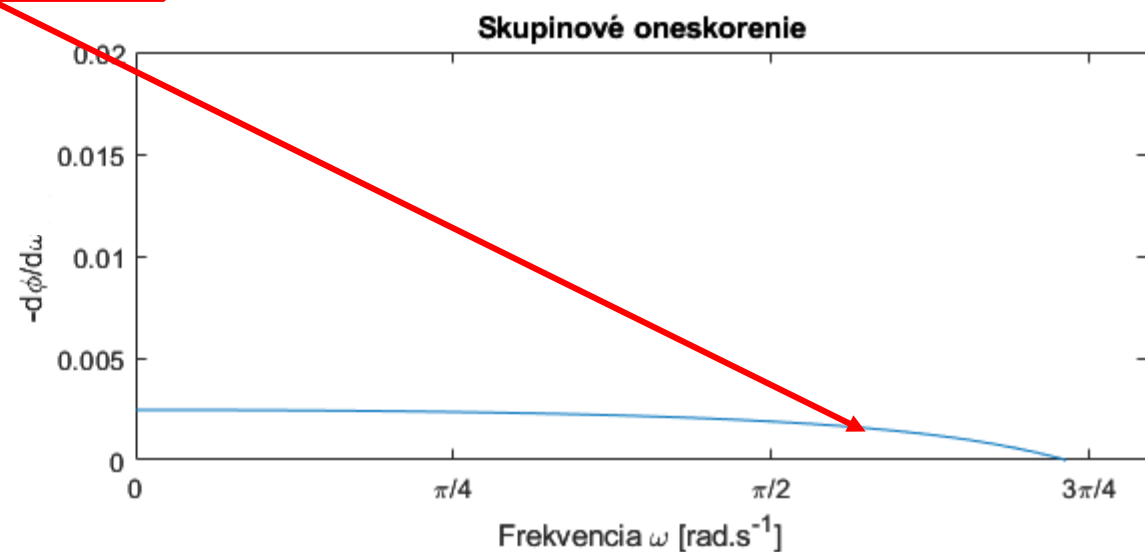
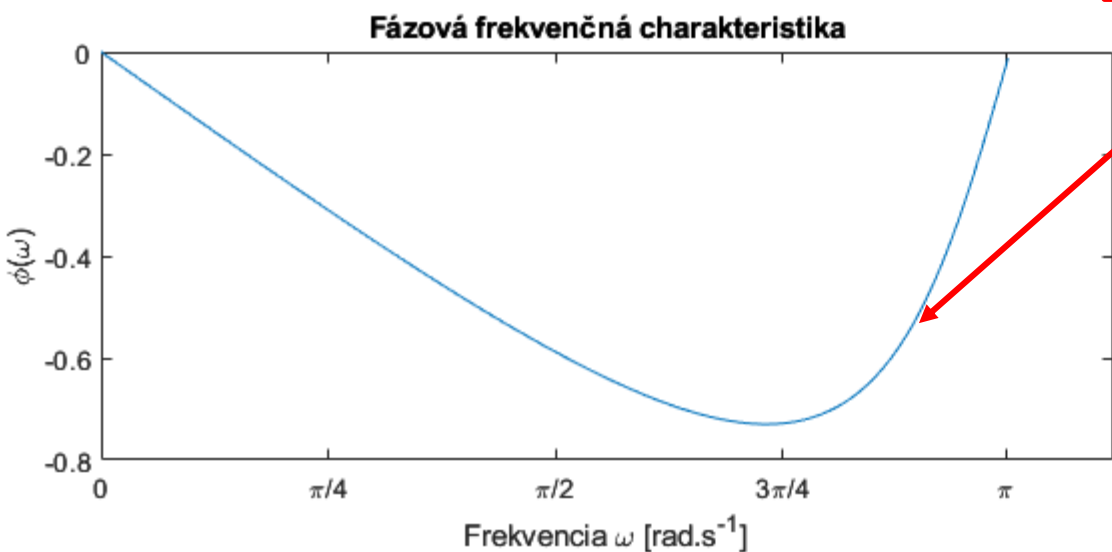


Syntéza FIR – *Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky*

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.6, 0.4]$

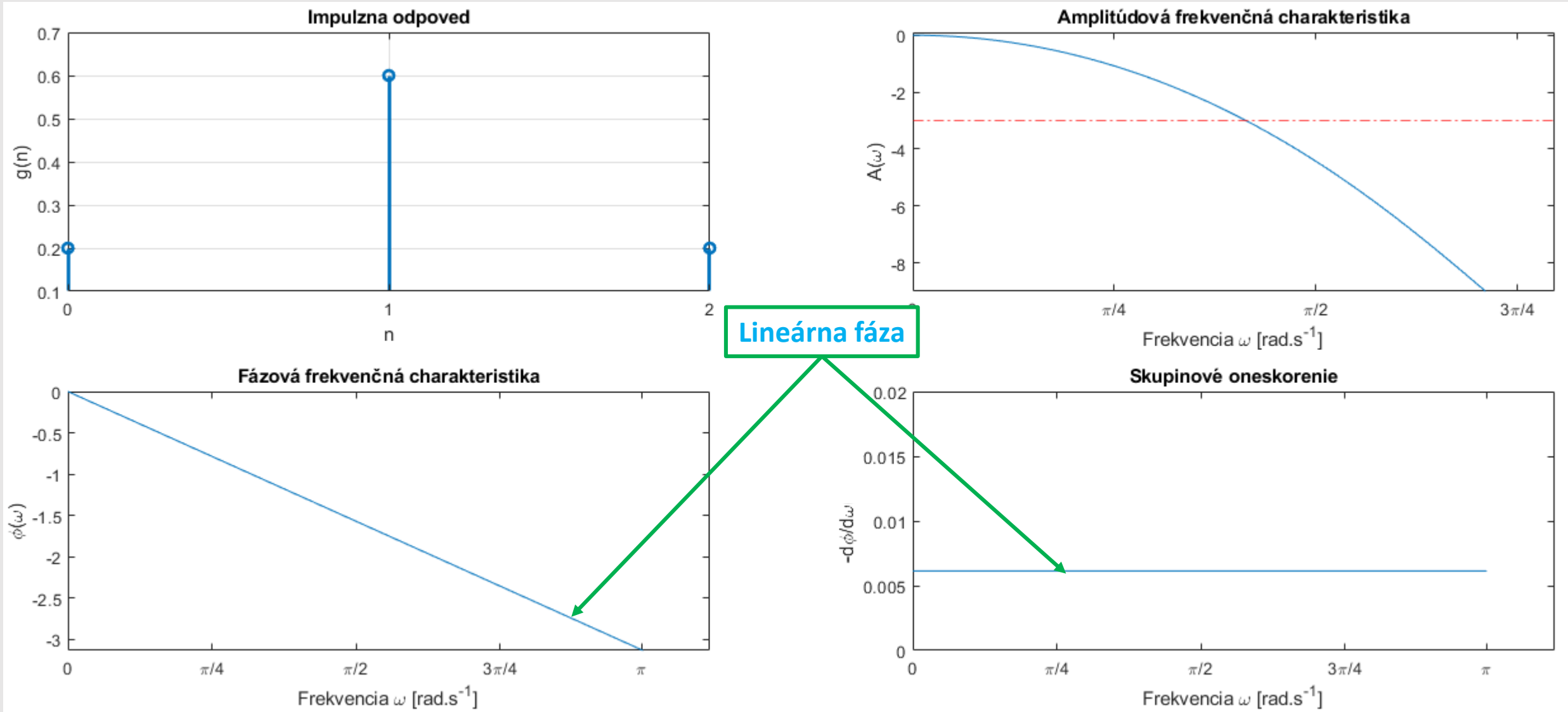


Nelineárna fáza



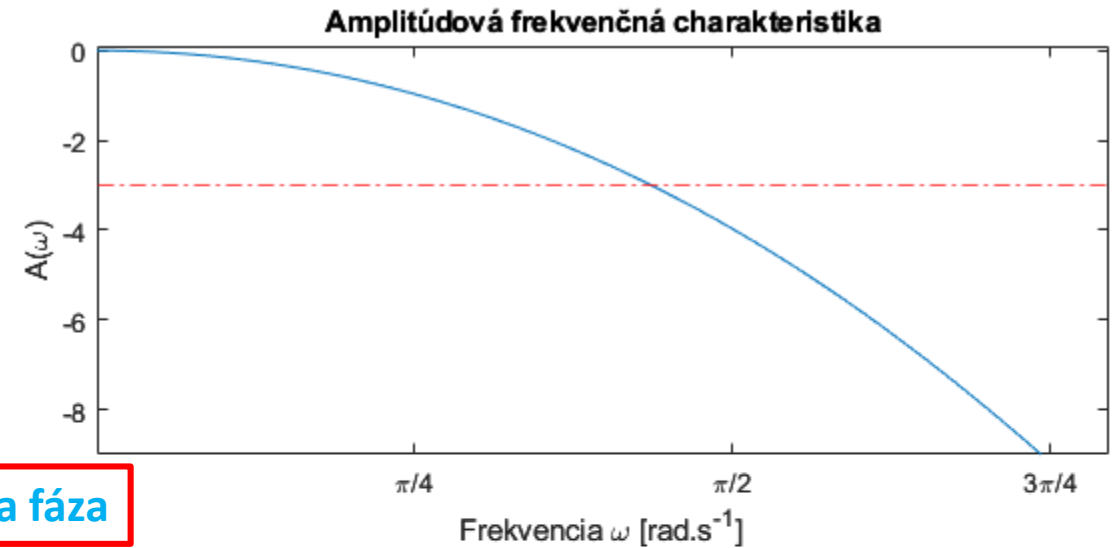
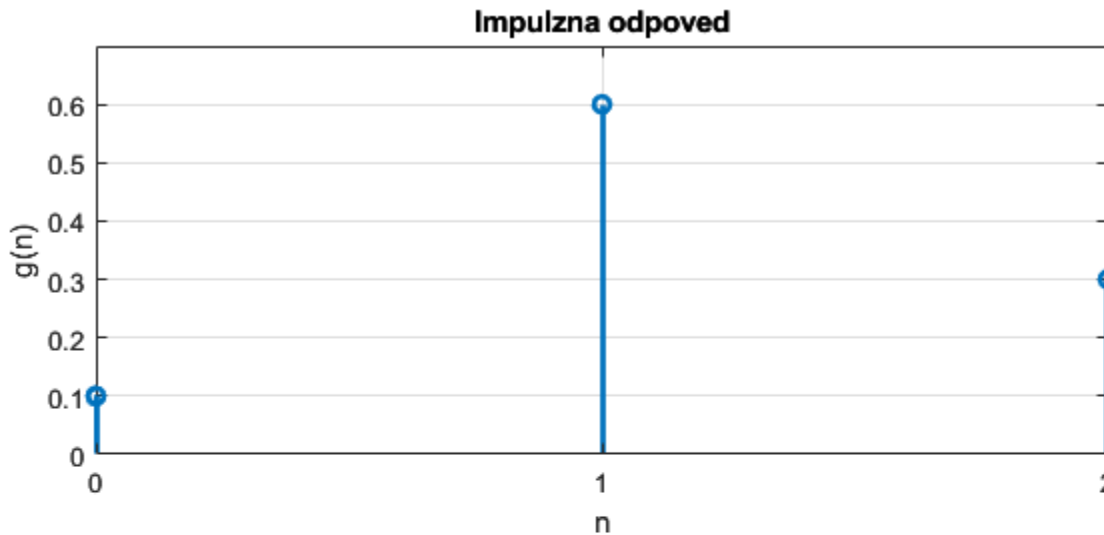
Syntéza FIR – Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.2, 0.6, 0.2]$

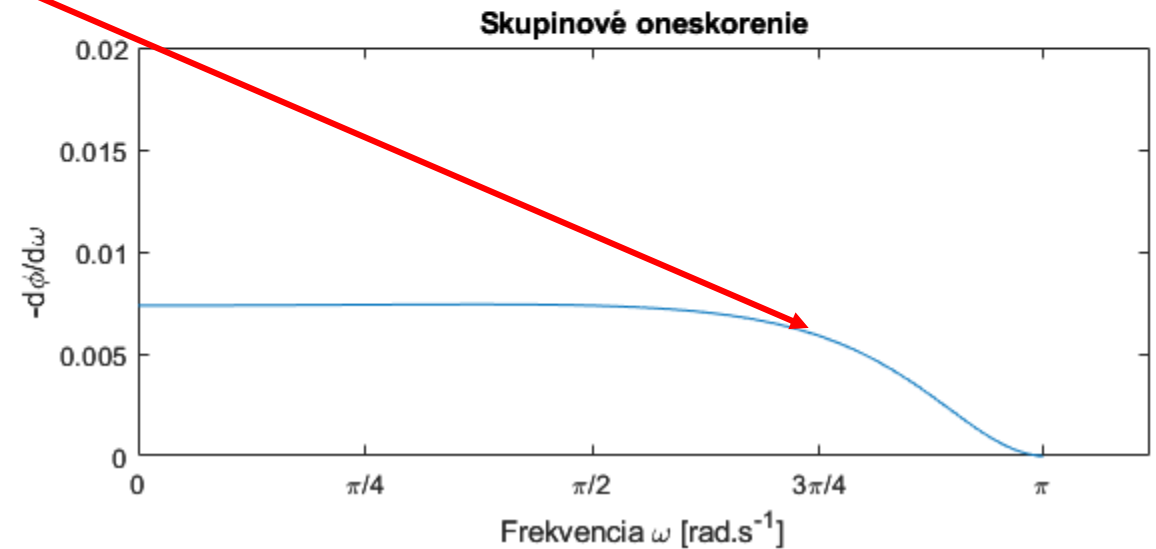
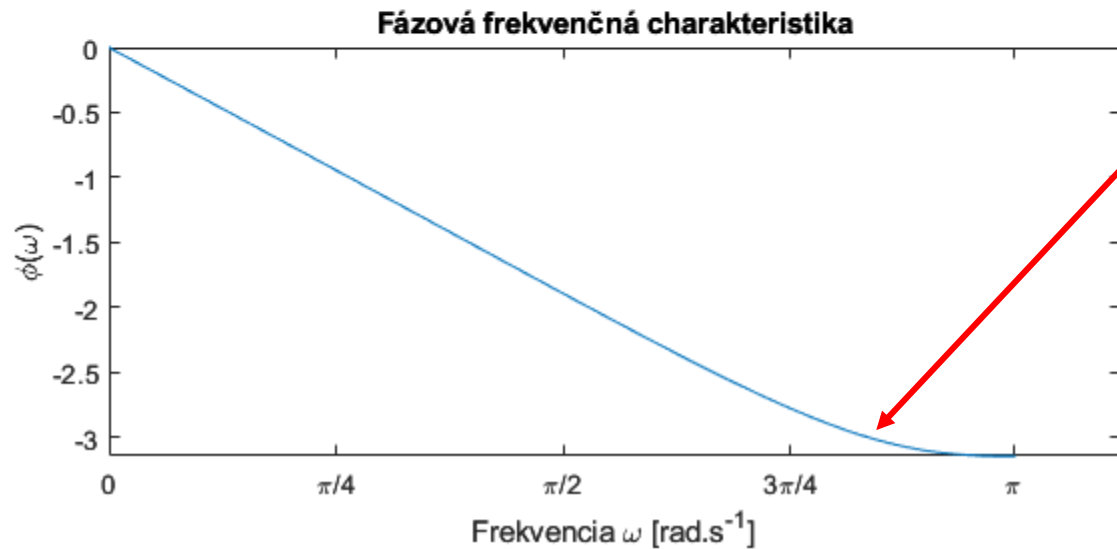


Syntéza FIR – *Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky*

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.1, 0.6, 0.3]$

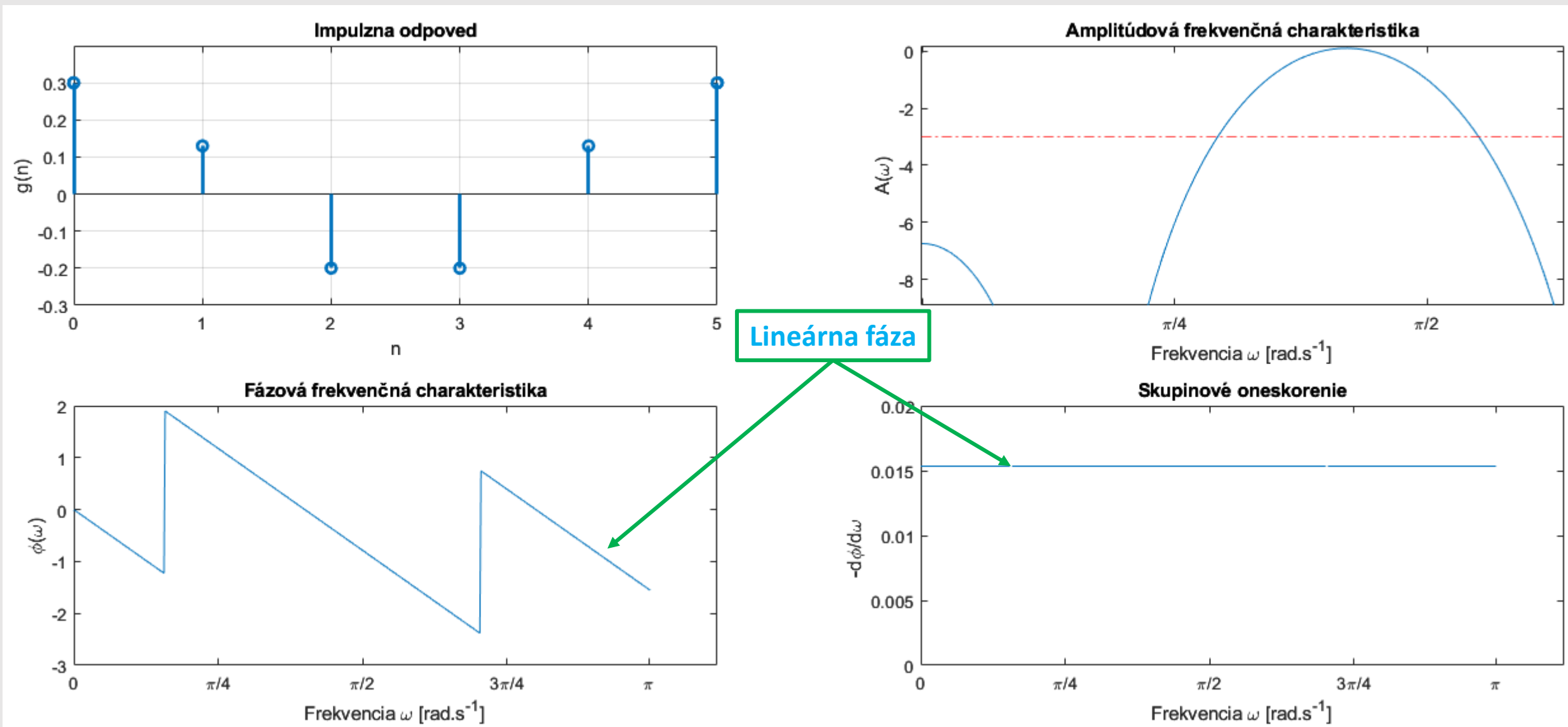


Nelineárna fáza



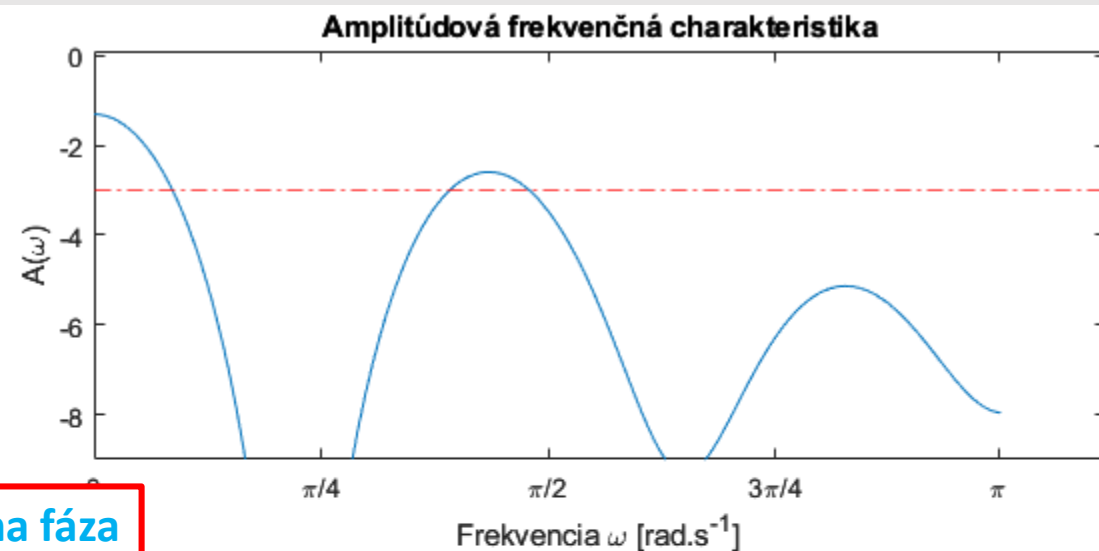
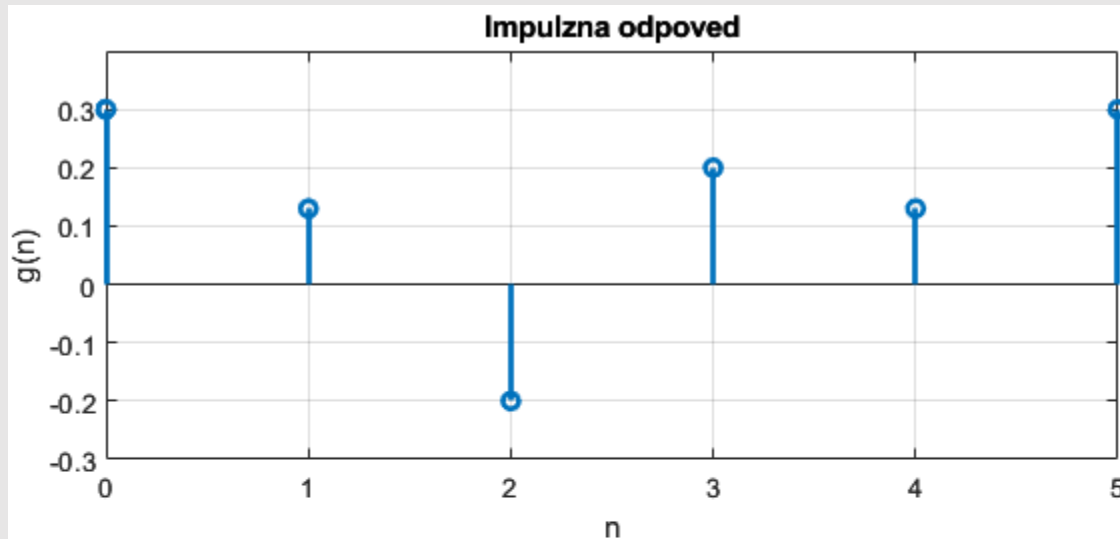
Syntéza FIR – Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.3, 0.13, -0.2, -0.2, 0.13, 0.3]$

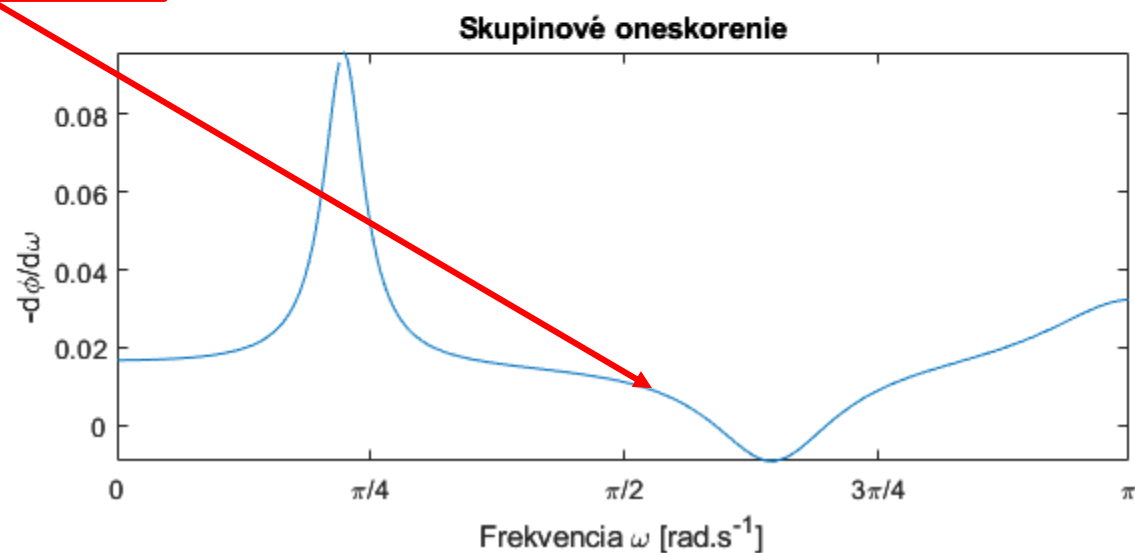
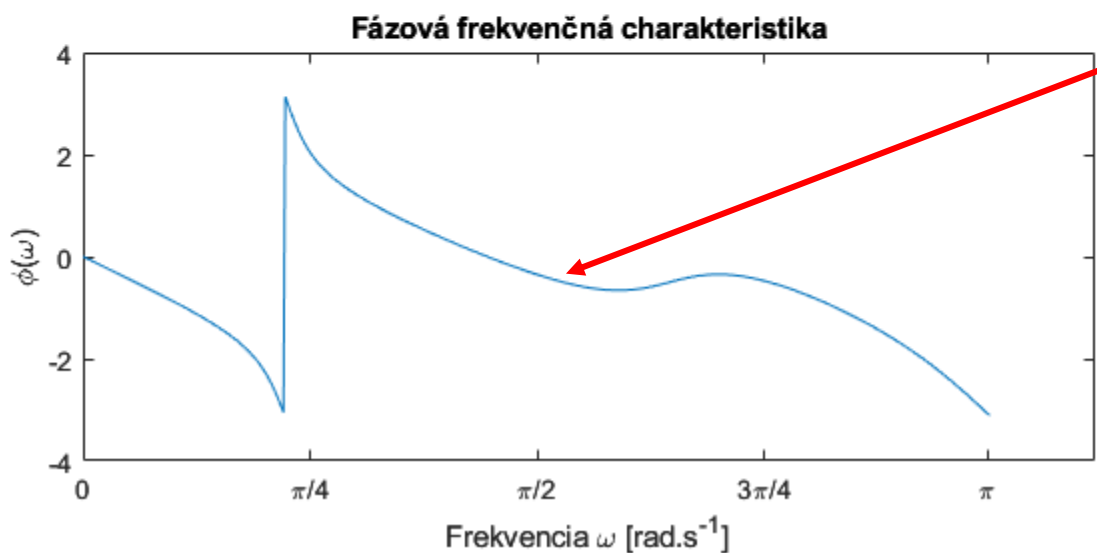


Syntéza FIR – *Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky*

Uvažujme FIR filter s impulznou odpoveďou: $g(n) = [0.3, 0.13, -0.2, 0.2, 0.13, 0.3]$



Nelineárna fáza



Syntéza FIR – Linearita fázovej frekvenčnej charakteristiky

Simuláciu linearity fázovej frekvenčnej charakteristiky je možné vykonať v Matlabe nasledovne:



```
% Definovanie g(n)
sg_n = [0.3, 0.13, -0.2, -0.2, 0.13, 0.3] ;
% Vektor poradia vzoriek
n = 0:length(g_n)-1;
% Výpočet prenosu
[A,f]=freqz(g_n);
% Výpočet fázy
p=(angle(A));
% Výpočet oneskorenia
dp = -diff(p);
dp(abs(dp)>1)=NaN; % Odstránia sa hodnoty, ktoré vznikajú pri diskontinuite fázy (zmena znamienka)

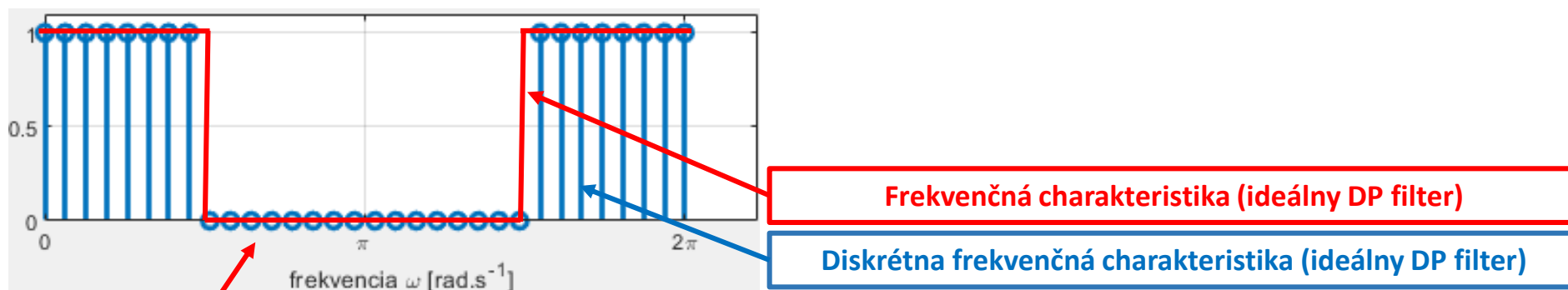
% Vykreslenie
hfig = figure(2);
subplot(2,2,1), stem(n,g_n,'LineWidth',2);
xticks(0:length(n)), title('Impulzna odpoved'); ylim([min(g_n)-0.1,max(g_n)+0.1]); grid on;
xlabel('n');ylabel('g(n)')
subplot(2,2,2), plot(f,20*log10(abs(A))), yline(-3,'-r'),
ylim([-9 0.1]), xticks([0,pi/4,pi/2,3*pi/4,pi-0.015]), xticklabels({'0','\pi/4','\pi/2','3\pi/4','\pi'}),
xlabel('Frekvencia \omega [rad.s^-1]'); ylabel('A(\omega)')
title('Amplitúdová frekvenčná charakteristika');
subplot(2,2,3), plot(f,p),
xticks([0,pi/4,pi/2,3*pi/4,pi-0.015]), title('Fázová frekvenčná charakteristika');
xticklabels({'0','\pi/4','\pi/2','3\pi/4','\pi'}), xlabel('Frekvencia \omega [rad.s^-1]');
ylabel('\phi(\omega)')

subplot(2,2,4), plot(f(1:end-1),-dp),
xticks([0,pi/4,pi/2,3*pi/4,pi-0.015]), ylim([-0 0.02]), title('Skupinové oneskorenie');
xticklabels({'0','\pi/4','\pi/2','3\pi/4','\pi'}), xlabel('Frekvencia \omega [rad.s^-1]');
ylabel('-d\phi(\omega)/d\omega')
```

hfig.Color='white';

Syntéza FIR – Metóda frekvenčnej diskretizácie

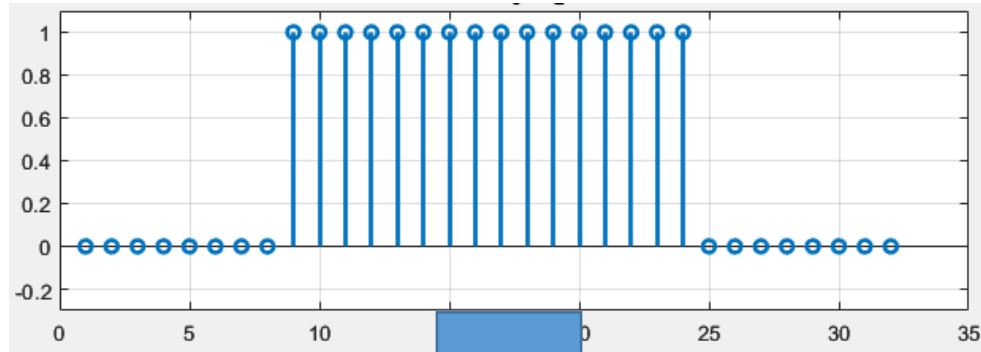
Princíp metódy spočíva v diskretizácii komplexnej frekvenčnej charakteristiky IIR filtra. Frekvenčná charakteristika potom bude reprezentovaná N-vzorkami. Pomocou spätnej DFT sa následne získa konečná impulzná odpoveď.



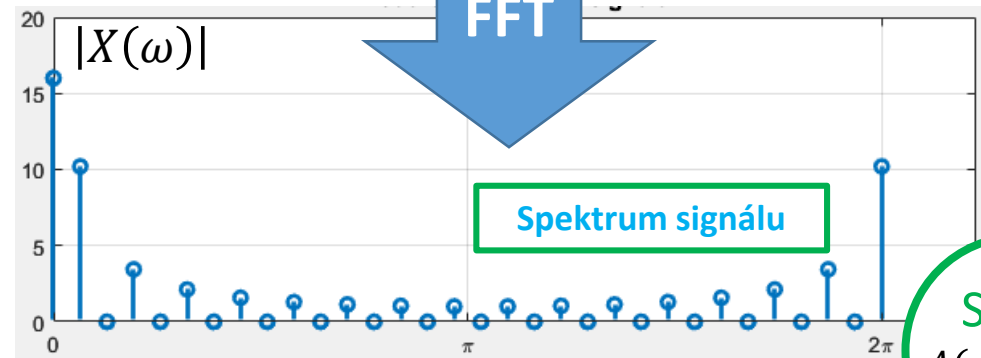
Vzorkuje sa **komplexná** frekvenčná charakteristika. Na obr. je z praktického dôvodu zobrazená **modulová frekvenčná charakteristika**.

Syntéza FIR – Metóda frekvenčnej diskretizácie

$$Y(z) = G(z)X(z) = A(z)X(z) \xleftrightarrow{\text{IFFT}} y(n)$$

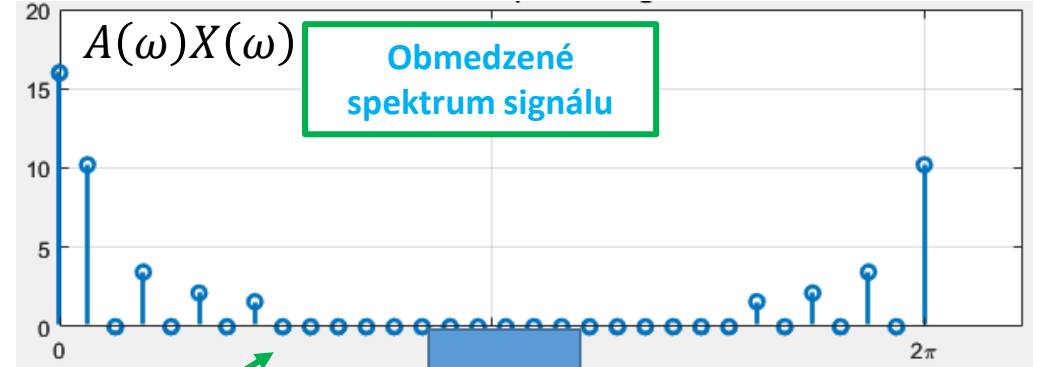


FFT

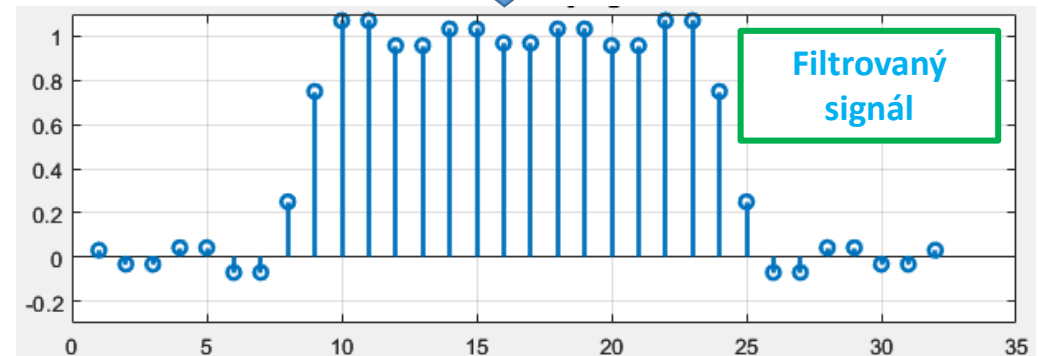


Súčin

$$A(\omega)X(\omega)$$



IFFT



Frekvenčná charakteristika (ideálny DP filter)

Diskrétna frekvenčná charakteristika (ideálny DP filter)

Je potrebné mať na pamäti, že frekvenčná charakteristika sa vzorkuje v spektrálnej oblasti!

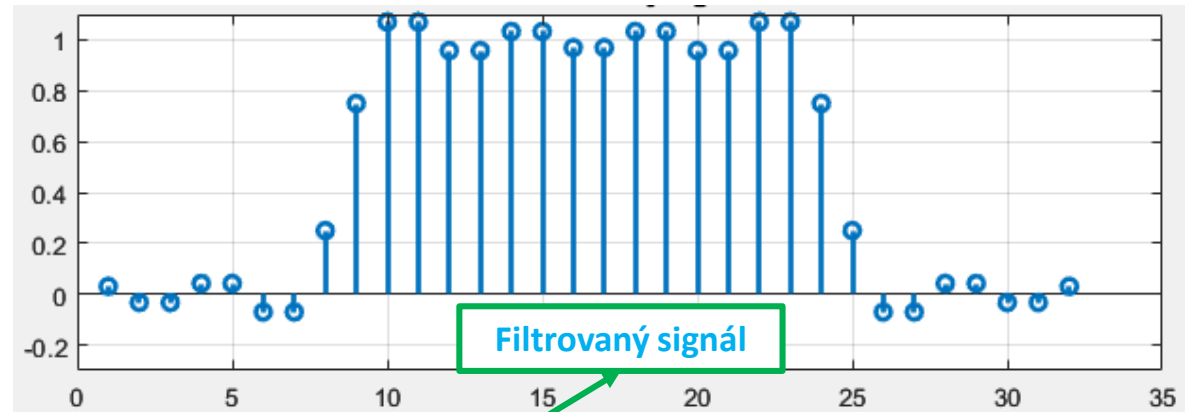
Syntéza FIR – Metóda frekvenčnej diskretizácie

$$Y(z) = G(z)X(z) \stackrel{z}{\leftrightarrow} g(n) * x(n) = y(n)$$



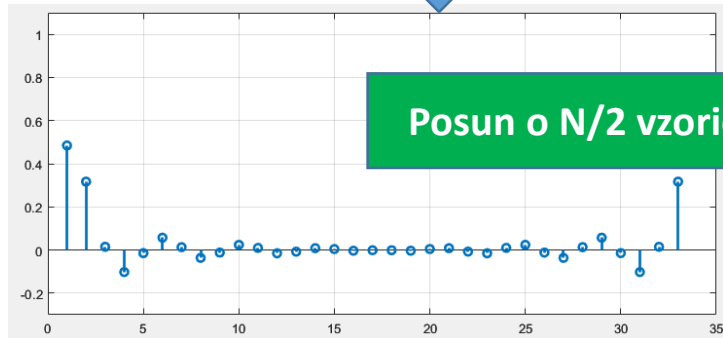
Frekvenčná charakteristika (ideálny DP filter)

Diskrétna frekvenčná charakteristika (ideálny DP filter)



Filtrovaný signál

IFFT

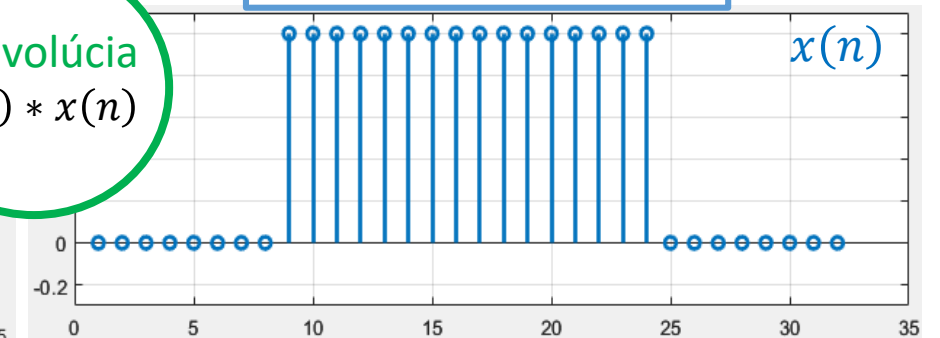
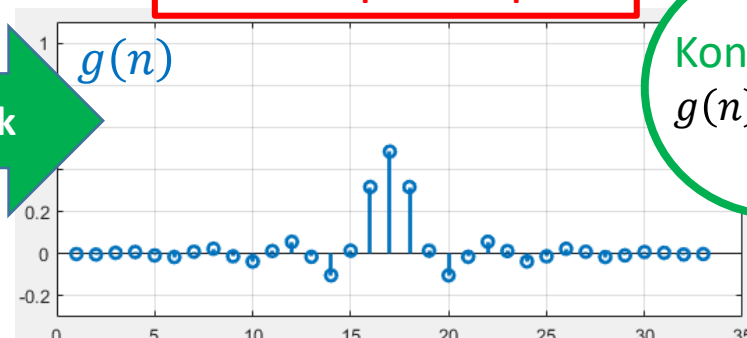


Vstupný signál

Konečná impulzná odpoveď

Konvolúcia
 $g(n) * x(n)$

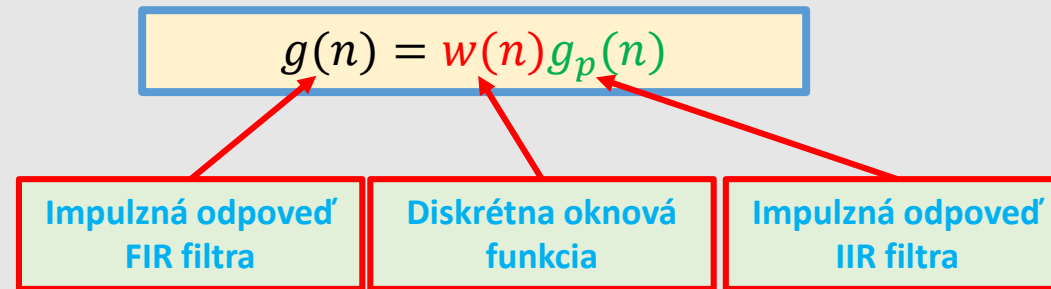
Posun o N/2 vzoriek



Je potrebné mať na pamäti, že frekvenčná charakteristika sa vzorkuje v spektrálnej oblasti!

Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Diskrétné oknové funkcie – slúžia na to, aby sa z IIR filtrov „vysekli“ požadované FIR! (tj. aby sa z *nekonečnej* impulznej odozvy $g_p(n)$ získala *konečnú impulznú odozvu* (FIR) $g(n)$ takto:



Ak predpokladáme, že $G_p(e^{j\omega})$ je ideálna (požadovaná) komplexná frekvenčná prenosová charakteristika, potom

$$G_p(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_p(n) e^{-j\omega n}$$

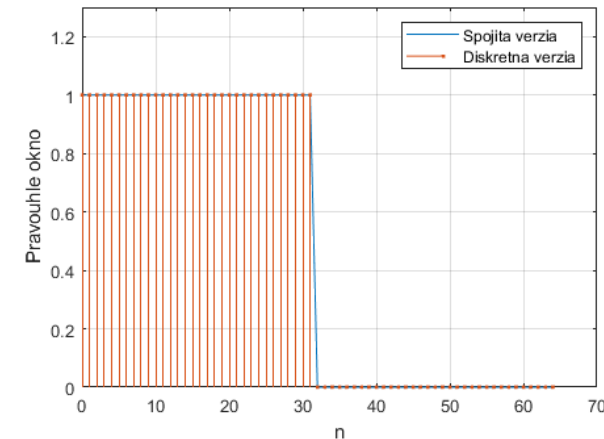
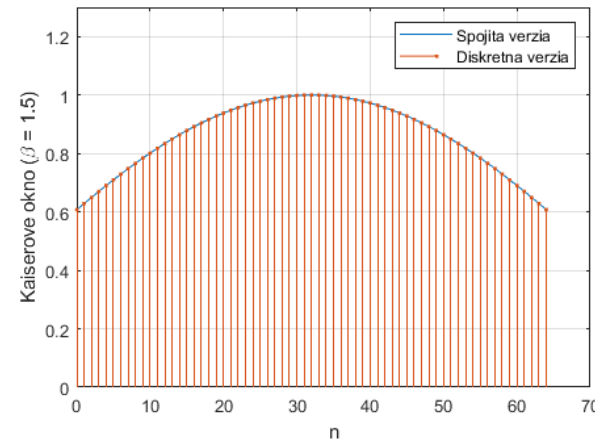
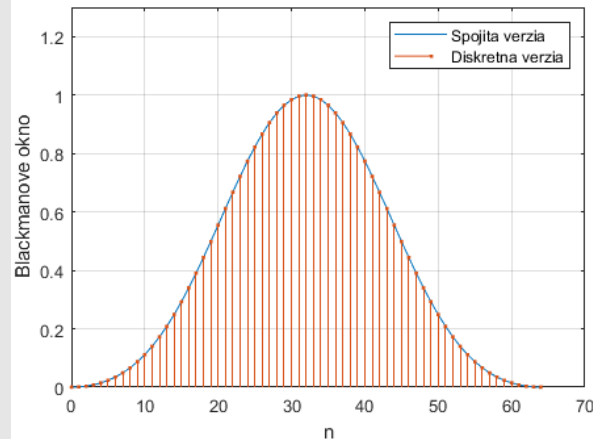
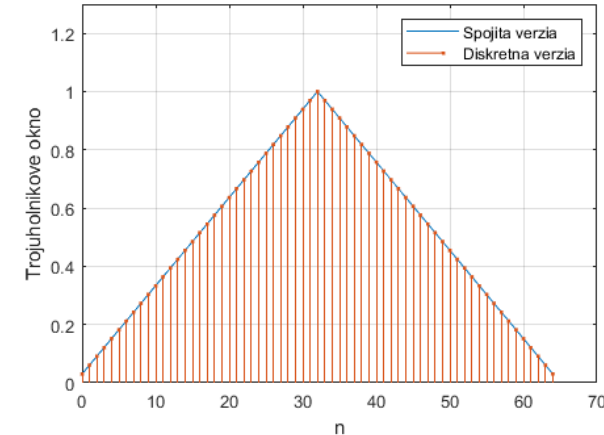
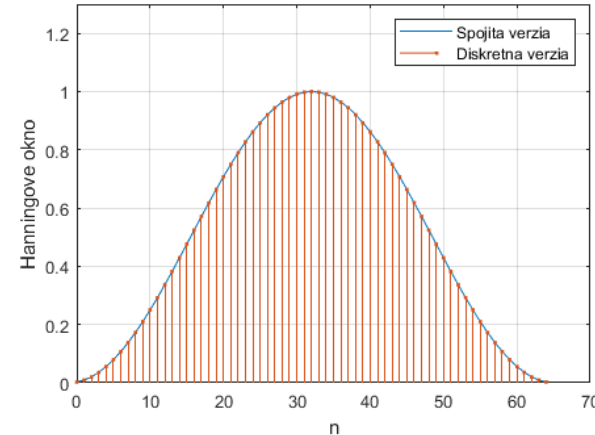
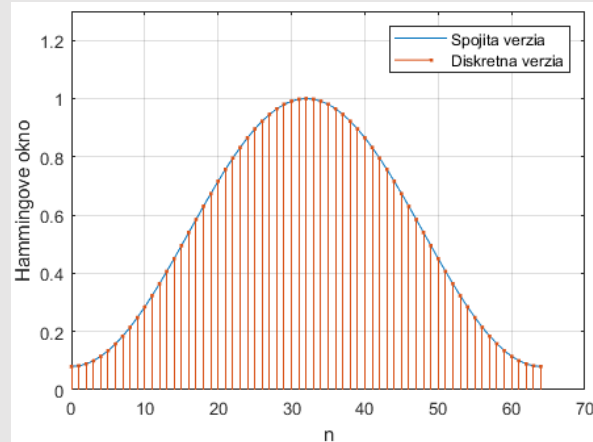
Je potrebné mať na pamäti, že diskretná oknová funkcia sa aplikuje v časovej oblasti!
Z toho vyplýva, že v spektrálnej oblasti dochádza ku konvolúcii medzi oknovou funkciou a prenosovou funkciou IIR filtra!

$$g(n) = w(n)g_p(n) \xleftrightarrow{DFT} W(e^{j\omega}) * G_p(e^{j\omega})$$

Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

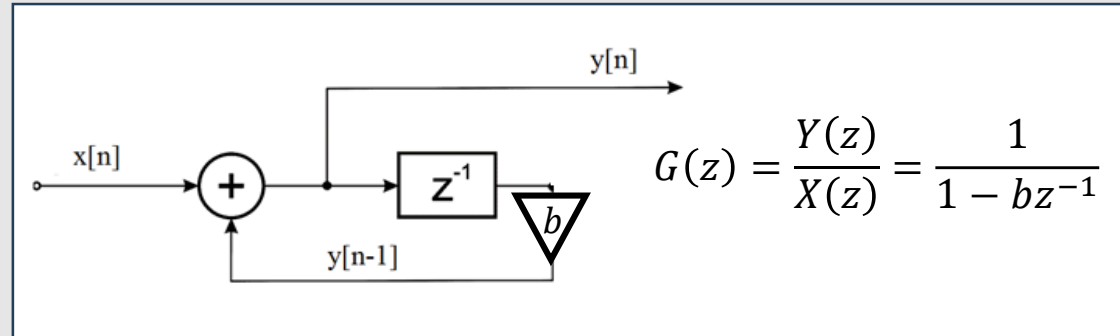
Medzi najčastejšie používané oknové funkcie patria:

- Hammingove okno
- Hanningove okno
- Trojuholnikové (Bartlettové) okno
- Blackmanove okno
- Kaiserove okno



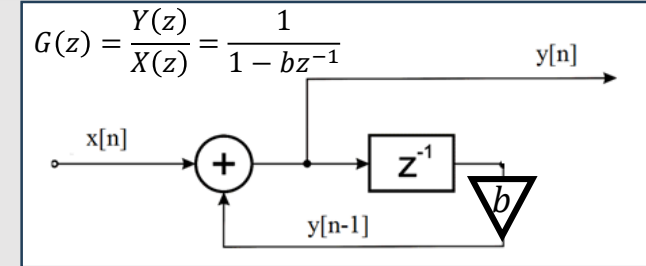
Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.

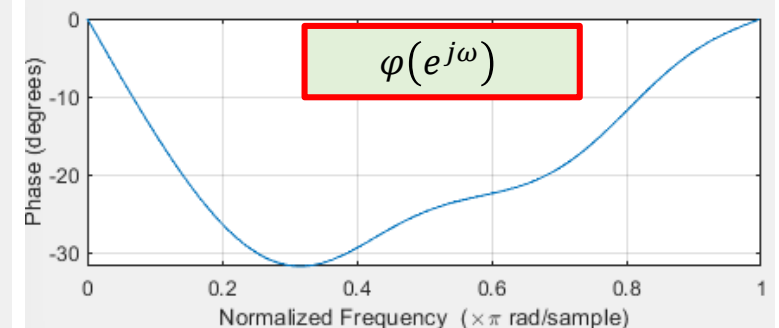
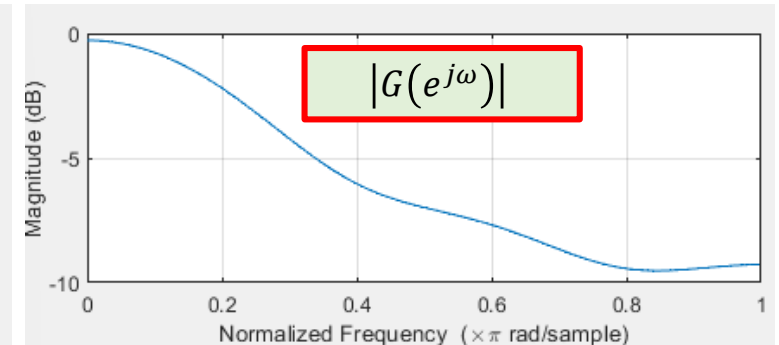
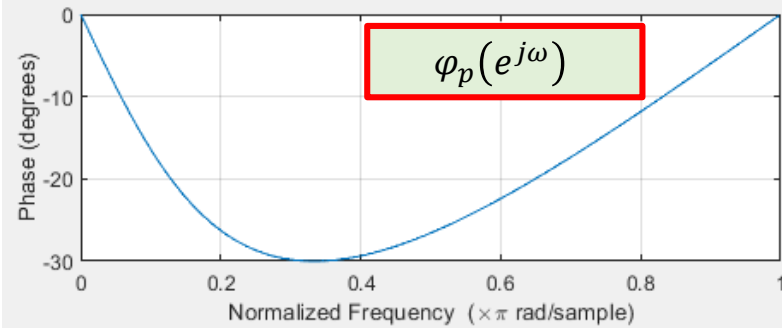
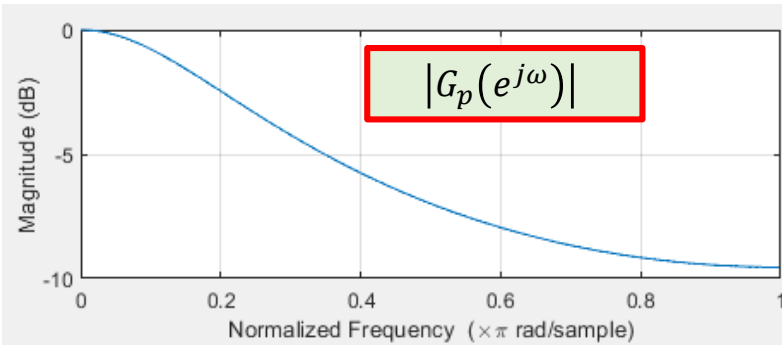
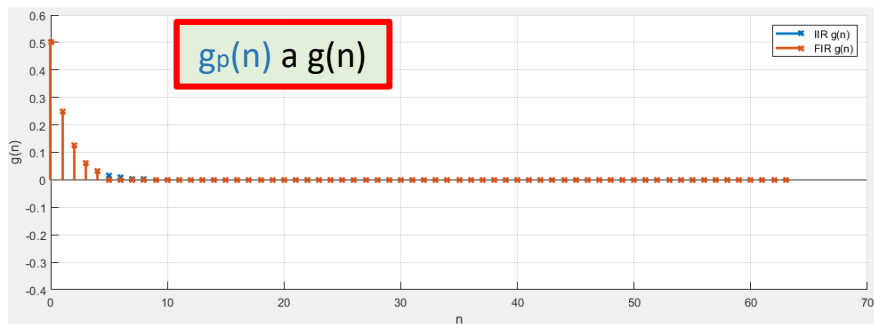
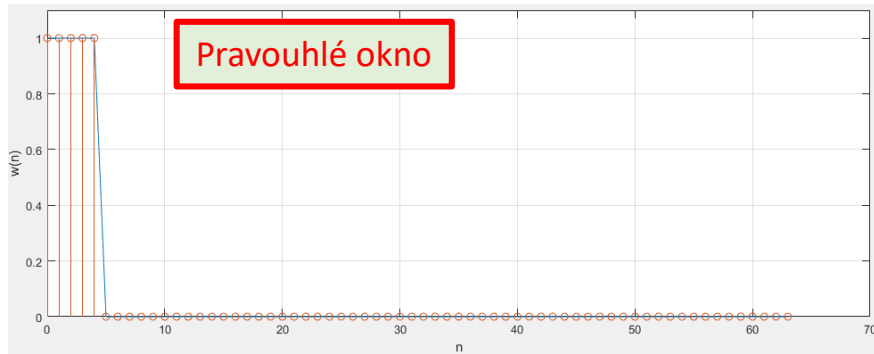


Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.

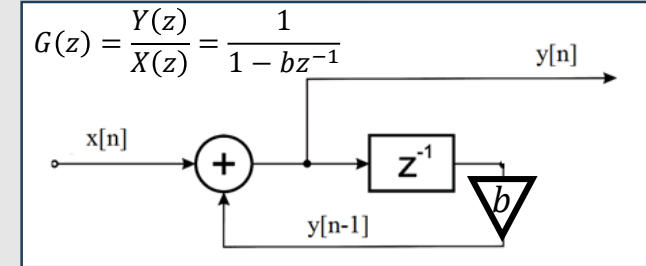


Pravouhlé okno:

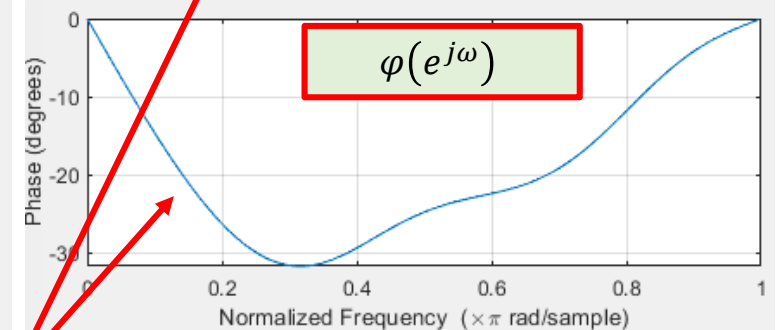
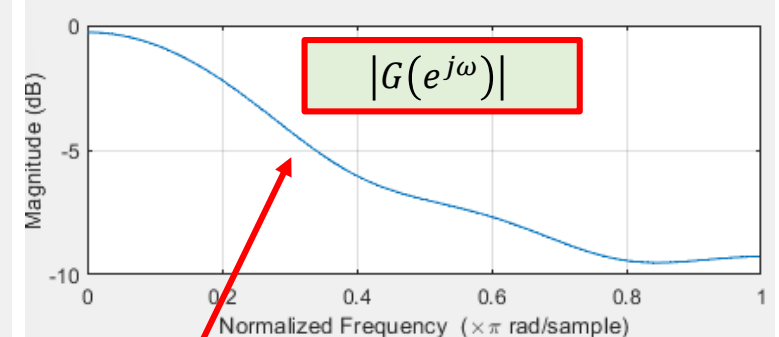
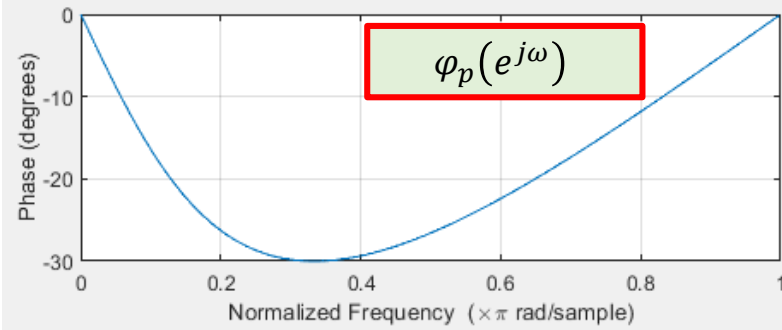
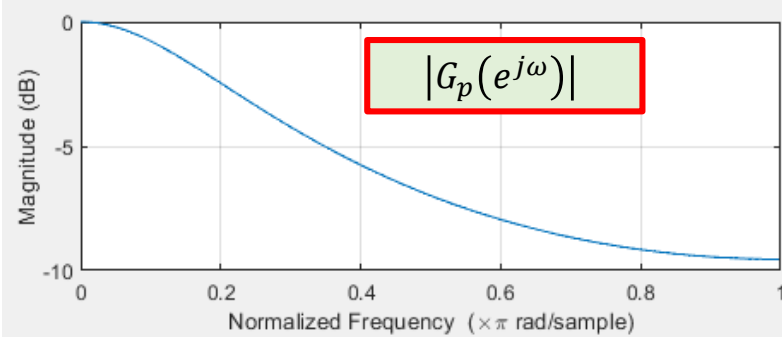
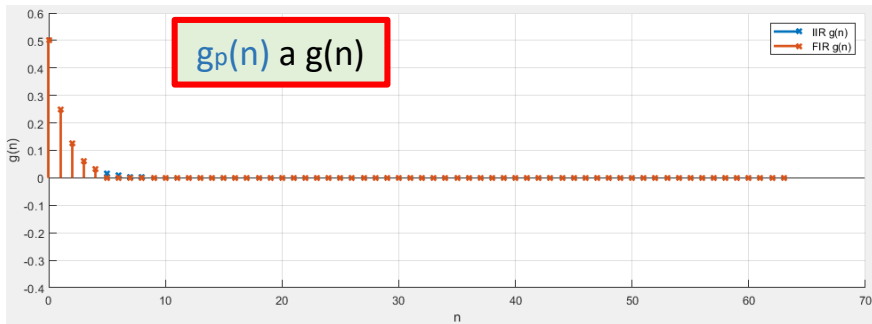
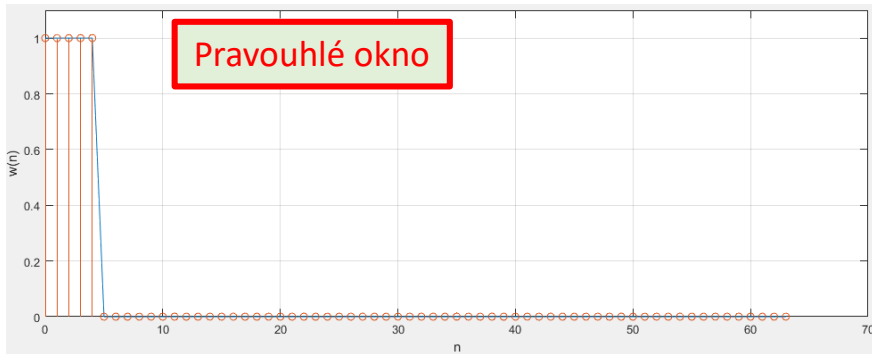


Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.



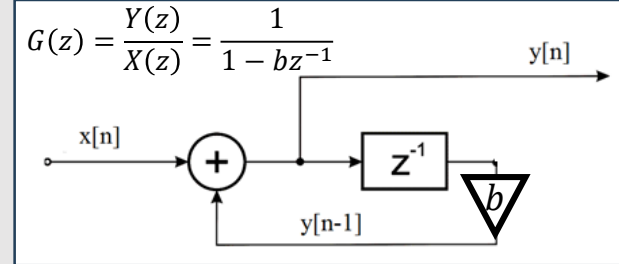
Pravouhlé okno:



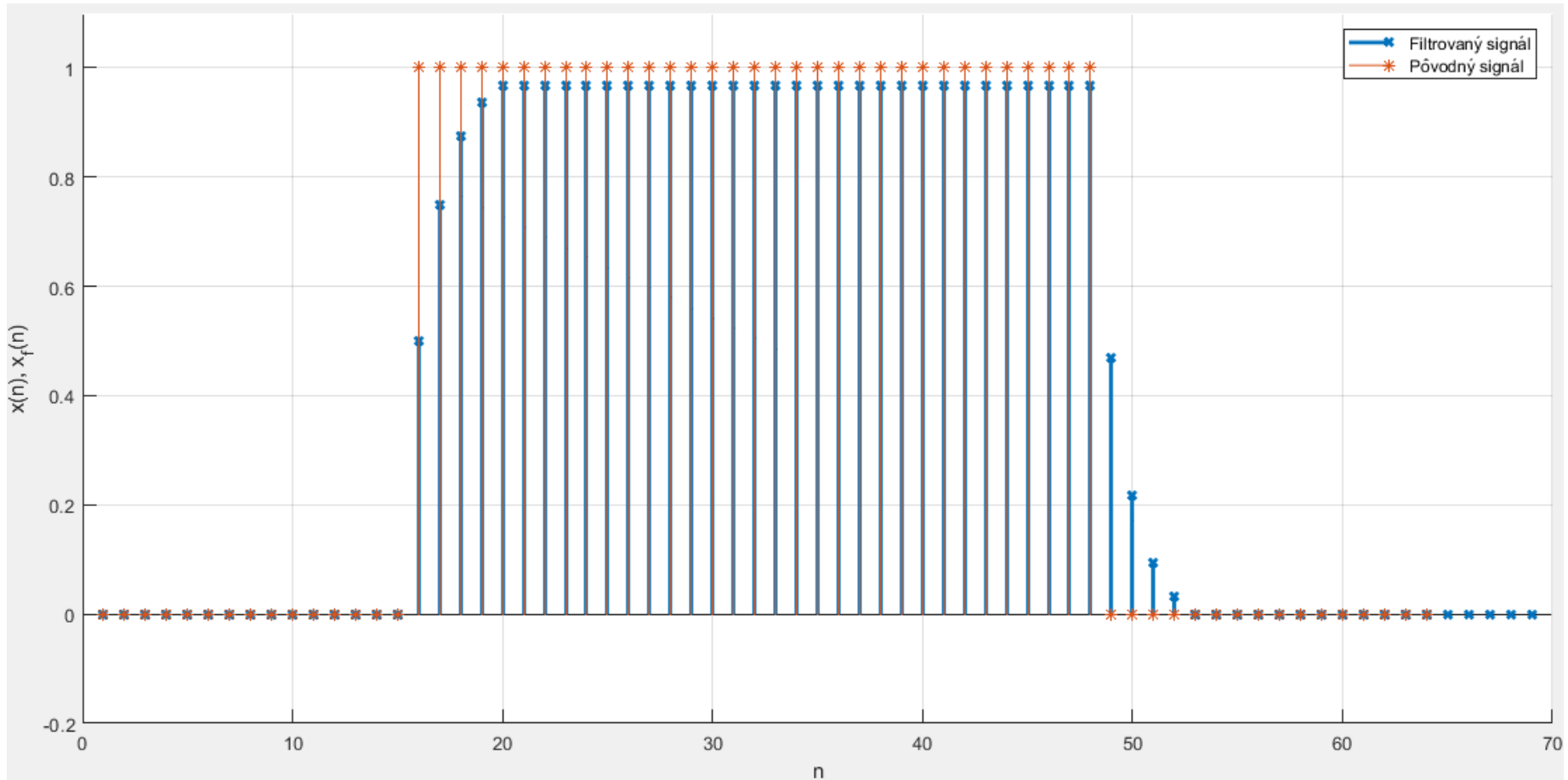
Došlo ku skresleniu

Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.

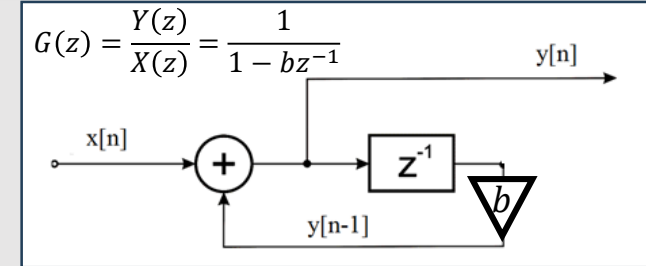


Pravouhlé okno:

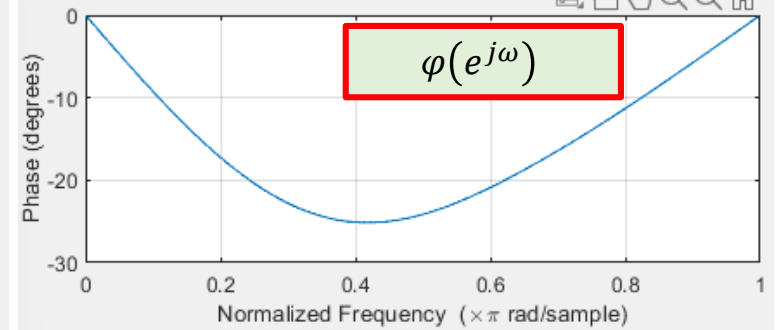
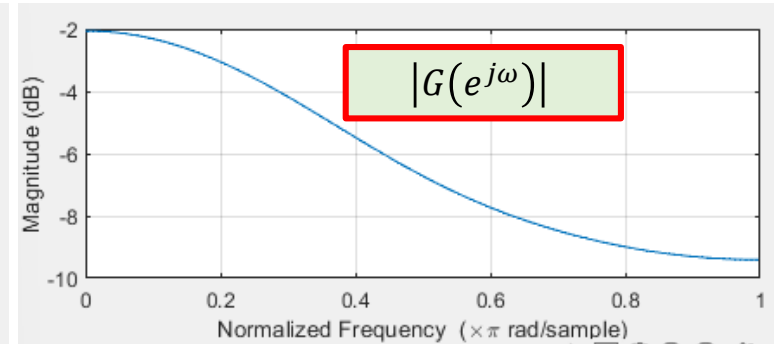
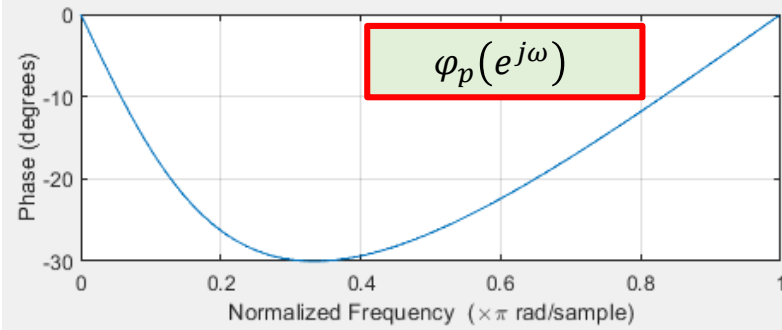
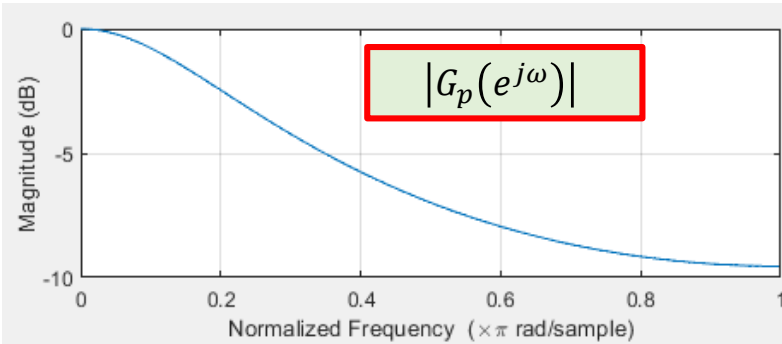
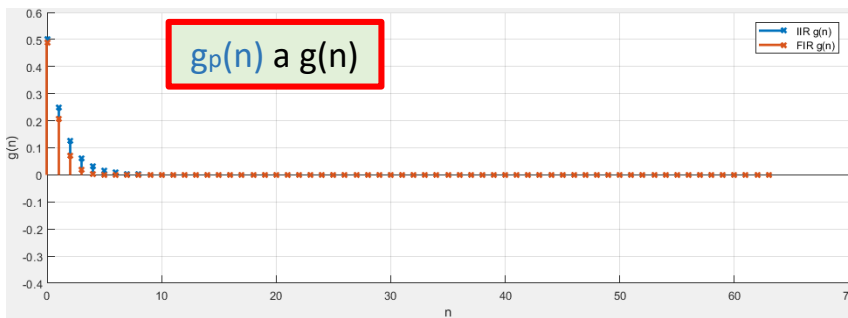


Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.

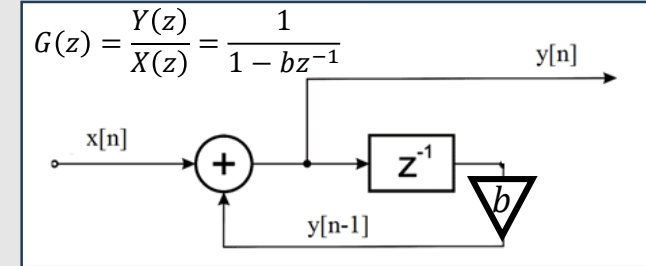


Hanningové okno:

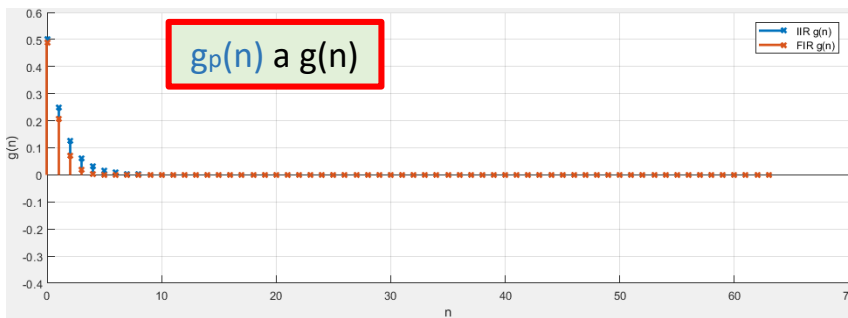


Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

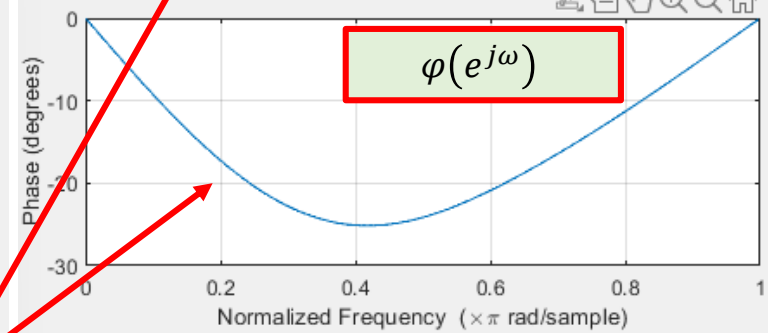
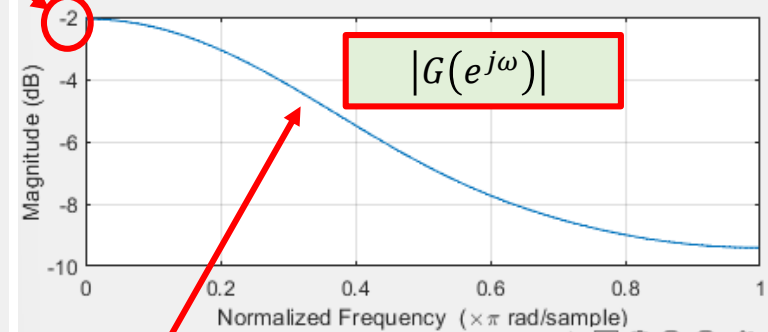
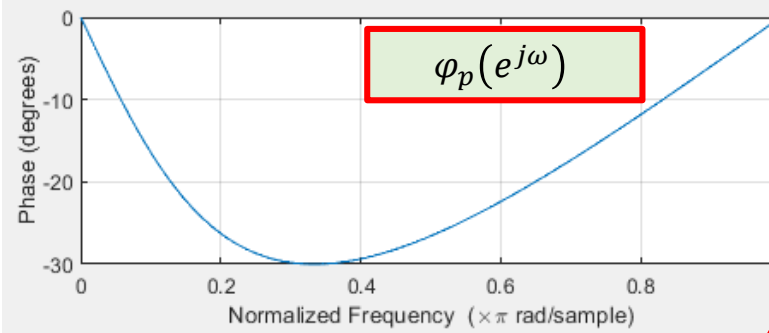
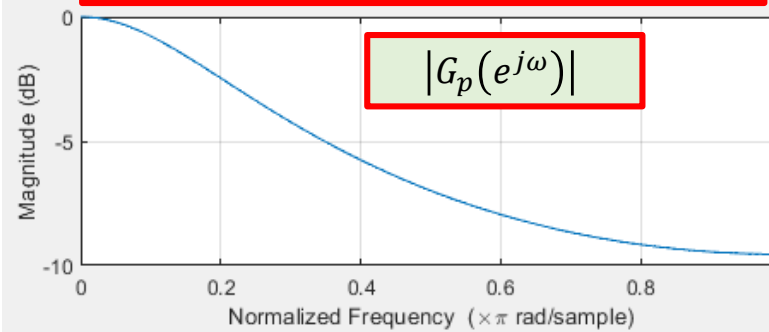
Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.



Hanningové okno:



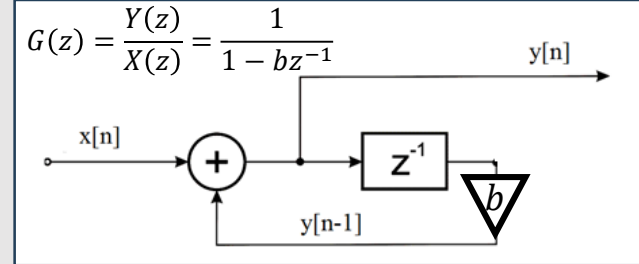
Výraznejší útlm oproti pravouhlému oknu
Lahko kompenzovateľné



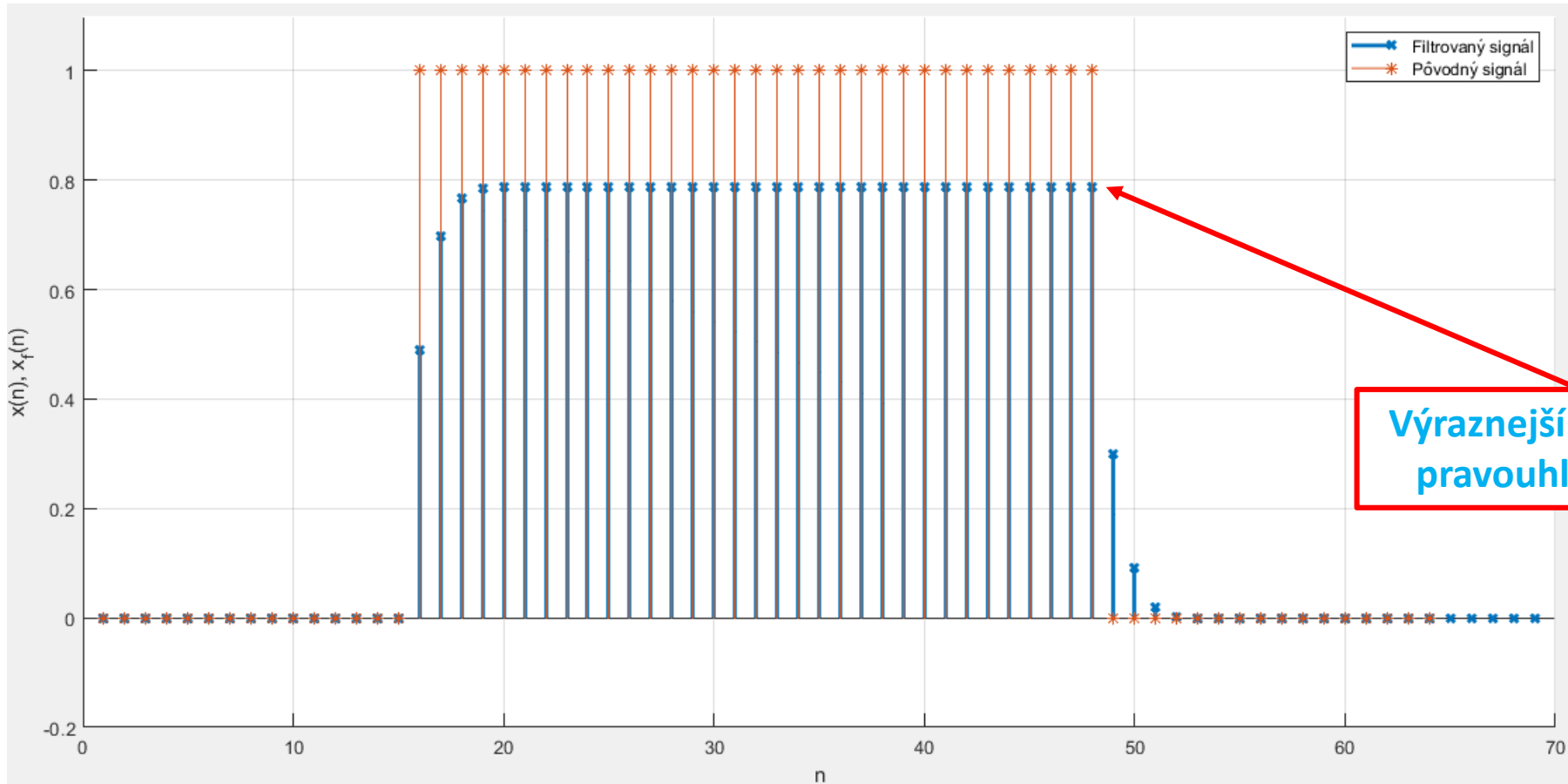
Menšie skreslenie oproti pravouhlému oknu

Syntéza FIR – Metóda diskretných oknových funkcií

Príklad: uvažujme IIR filter, ktorý je daný schémou a prenosovou funkciou. Vstupný signál, nech má dĺžku $N=64$ vzoriek. Simulujte metódu diskretných oknových funkcií pre Hanningové a pravouhlé okno s dĺžkou $M = 5$ vzoriek.



Hanningové okno:





Číslicové spracovanie signálov

Prednáška č. 4

- Aktualizácia
- Syntéza ČF – všeobecný úvod
- Syntéza FIR
- **Syntéza IIR**
- Metóda využívajúca FFT

Syntéza IIR

Základné vlastnosti filtrov IIR

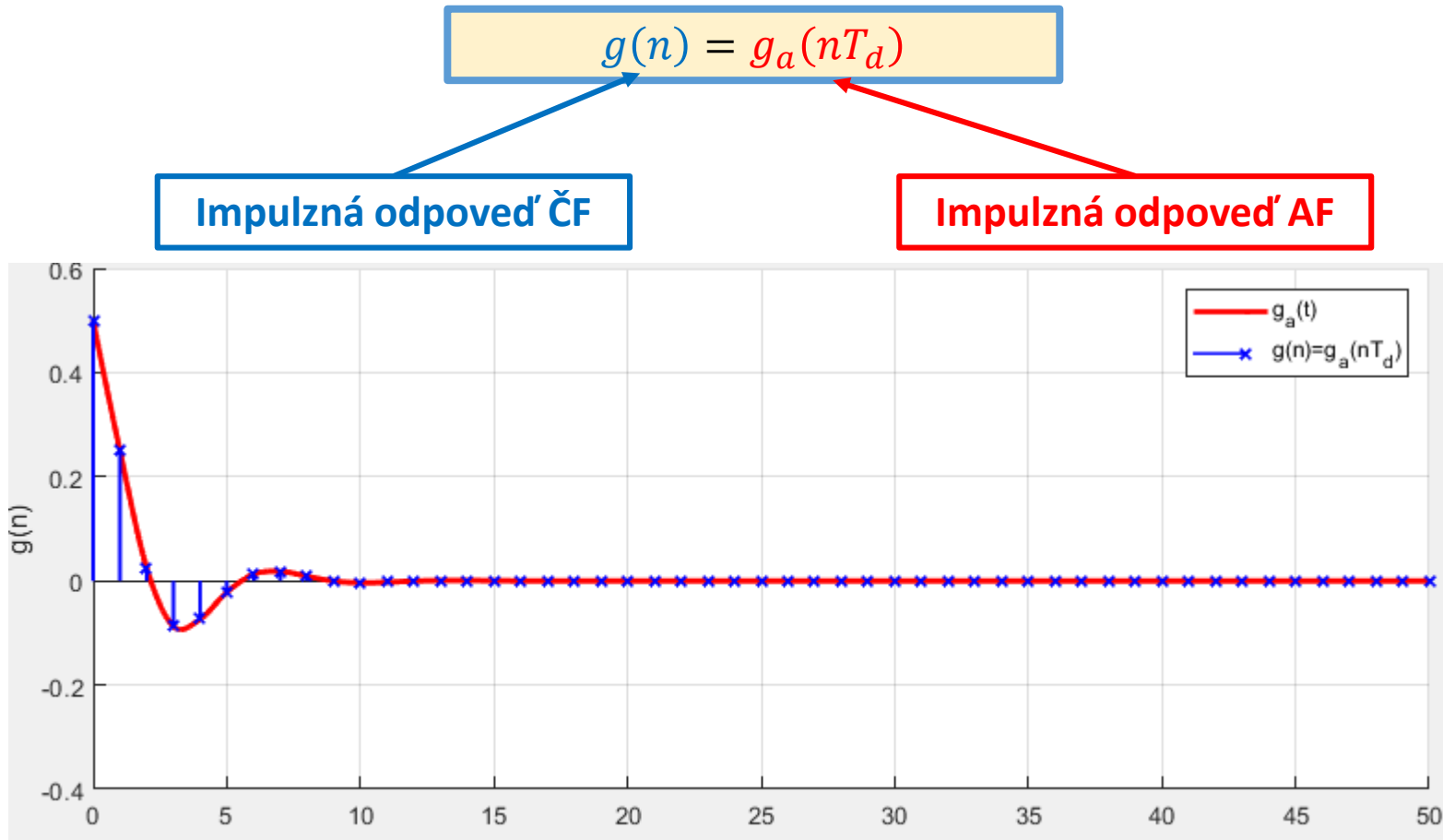
- vždy nelineárna fázová frekvenčná charakteristika
- možnosť nestability
- vyžadujú spätnú väzbu (rekurzívna štruktúra)
- rád filtra je malý (**do 10**)
 - pre dosiahnutie požadovanej strmosti
- pomerne jednoduché metódy návrhu

Metódy návrhu filtrov IIR

- optimalizačné prístupy
- **metódy založené na podobnosti s analógovými**
filtrami (využívajú výsledky syntézy analógových
filtrovo - **AF**)

Syntéza IIR - Metóda invariantnej impulzovej charakteristiky

Podstata metódy - spočíva v rovnosti impulznej odozvy $g[n]$ navrhovaného ČF IIR a charakteristiky získanej diskretizáciou impulznej odozvy $g_a[t]$ príslušného analógového filtra (AF)



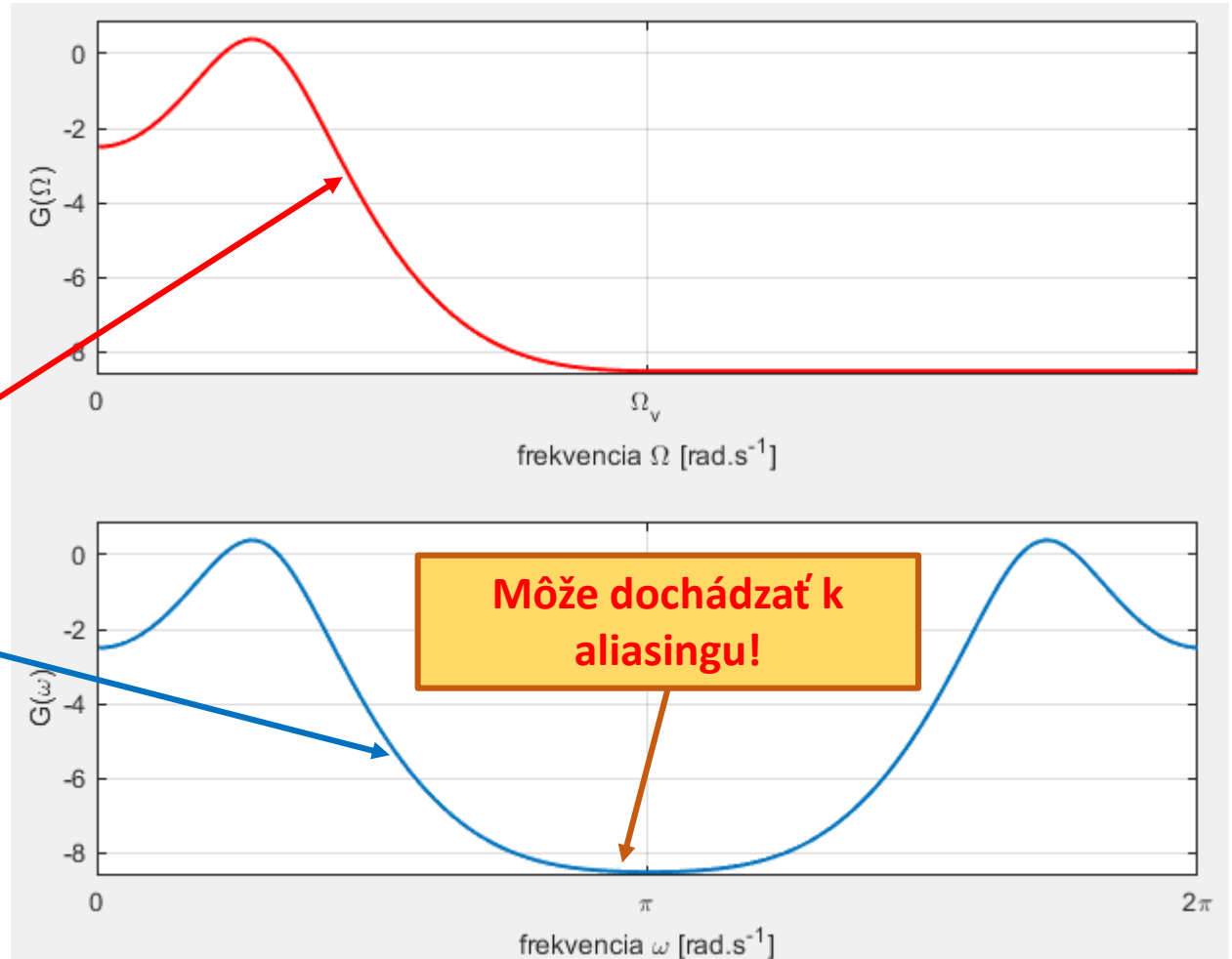
Syntéza IIR - Metóda invariantnej impulzovej charakteristiky

Podstata metódy - spočíva v rovnosti impulznej odozvy $g[n]$ navrhovaného ČF IIR a charakteristiky získanej diskretizáciou impulznej odozvy $g_a[t]$ príslušného analógového filtra (AF)

$$g(n) = g_a(nT_d)$$

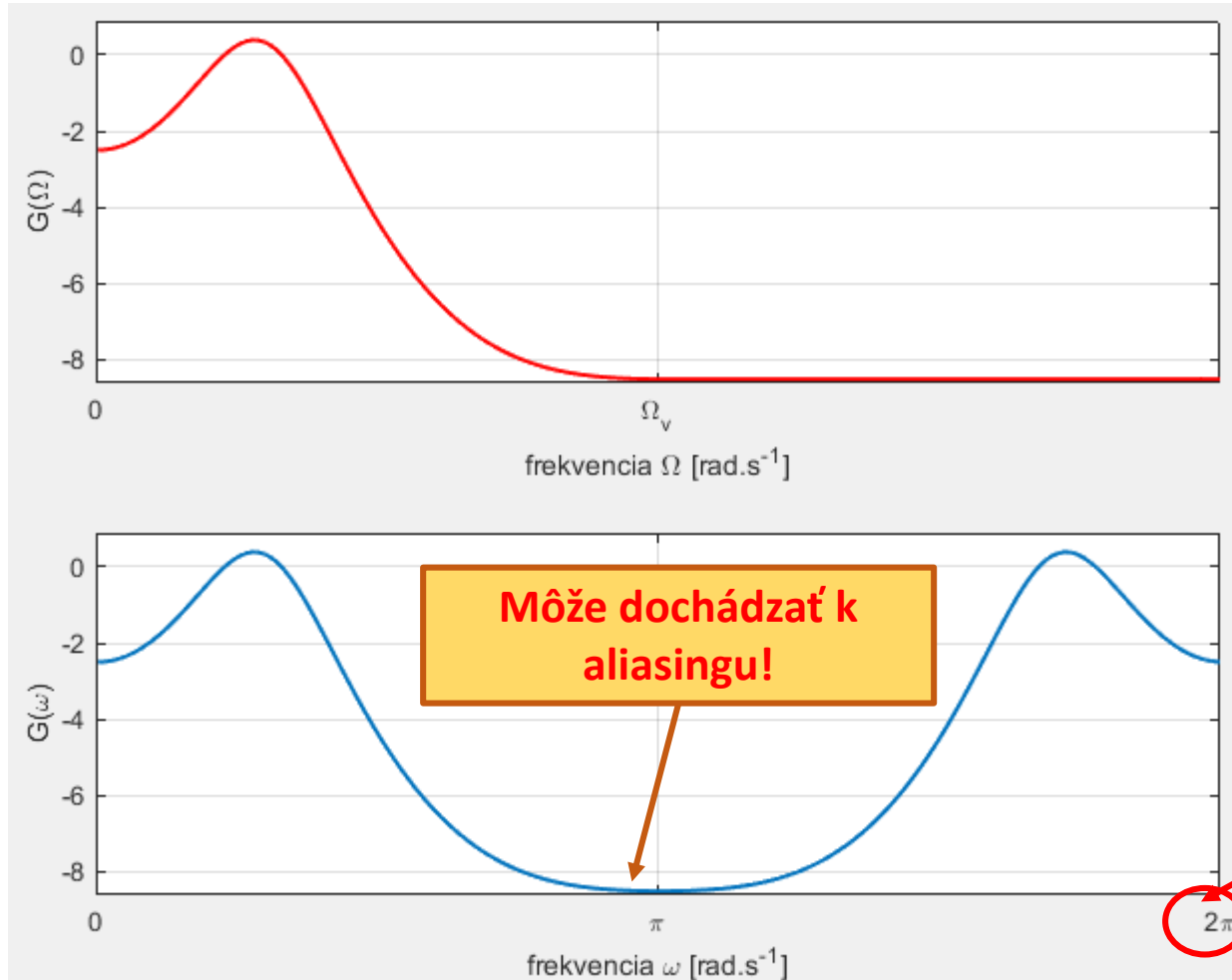
Fourierová transformácia.
Spektrum je spojité a môže byť aj nekonečné.

Vzorkovanie impulznej odpovede vedie k speriodizovaniu spektra.



Syntéza IIR - Metóda invariantnej impulzovej charakteristiky

Podstata metódy - spočíva v rovnosti impulznej odozvy $g[n]$ navrhovaného ČF IIR a charakteristiky získanej diskretizáciou impulznej odozvy $g_a[t]$ príslušného analógového filtra (AF)



$$\bar{F}_d(\omega) = \frac{1}{T_d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \bar{P}(k\omega_d) \bar{G}_a(\omega - k\omega_d)$$

Spektrum
vzorkovacej
postupnosti.

Pôvodné
impulznej odpovede $g_a(t)$
opakované v okamihoch
 $k\omega_d$

Nie všetky analógové filtre majú ohraničené frekvenčné pásmo. Z toho dôvodu vznikajú interferencie /prekrývanie sa spektier - aliasing/ - nevýhoda ČF IIR

Syntéza IIR - Metóda invariantnej impulzovej charakteristiky

Zhrnutie:

- Základ metódy invariantnej impulzovej charakteristiky spočíva vo výbere impulzovej odozvy ČF IIR, ktorá je v istom zmysle podobná impulzovej odozve AF
- Ak AF má ohraničené frekvenčné pásmo, tak komplexné frekvenčné charakteristiky ČF IIR a AF sú približne rovnaké
- Vzťah medzi analógovou (Ω) a číslicovou (ω) frekvenciou je lineárny ($\Omega = \omega/T$) teda tvar komplexnej frekvenčnej charakteristiky sa zachováva, až na **skreslenie vplyvom prekrývania sa zložiek**.
- V prípade AF s neohraničeným frekvenčným pásmom, ako je horný priepust, resp. pásmová zadrž, je **žadúce dodatočné ohraničenie**, aby skreslenie vplyvom prekrývania sa zložiek bolo minimálne.

Syntéza IIR - Metóda bilineárnej transformácie

- Podstata metódy spočíva v prevode prenosovej funkcie AF (v priestore Laplaceovej transformácie) na prenosovú funkciu ČF (v priestore Z transformácie)
- **Najrozšírenejšia metóda návrhu číslicových IIR filtrov**
 - Požiadavky na amplitúdu alebo fázu ČF (premennej ω – číslicová frekvencia) sa prevedú na požiadavky amplitúdy alebo fázy AF (premennej Ω – analógová frekvencia)
 - Takto upravené požiadavky sa aproximujú **prenosovou funkciou $G(p)$ pre AF**
 - Potom sa použije **bi-lineárna transformácia na $G(p)$** a získa sa **prenosová funkcia $G(z)$ pre ČF** (návrat do z-roviny)

$$p = \frac{2z - 1}{Tz + 1} \quad \text{resp.} \quad p = \frac{z - 1}{z + 1} \quad (\text{ak } T = 2)$$

p – operátor analógovej roviny

z – operátor číslicovej roviny

T – činiteľ úmernosti, vzorkovacia perióda

Syntéza IIR - Metóda bilineárnej transformácie

Postup návrhu IIR filtra spočíva v:

- Formulácia požiadaviek na ČF (tolerančné pole, požadovaná frekvenčná charakteristika)
- Transformovanie požiadaviek ČF na AF
- Návrh AF → nájdenie prenosovej funkcie $G_A(p)$
- Transformácia $G_A(p)$ na prenosovú funkciu $G(z)$ číslicového filtra:

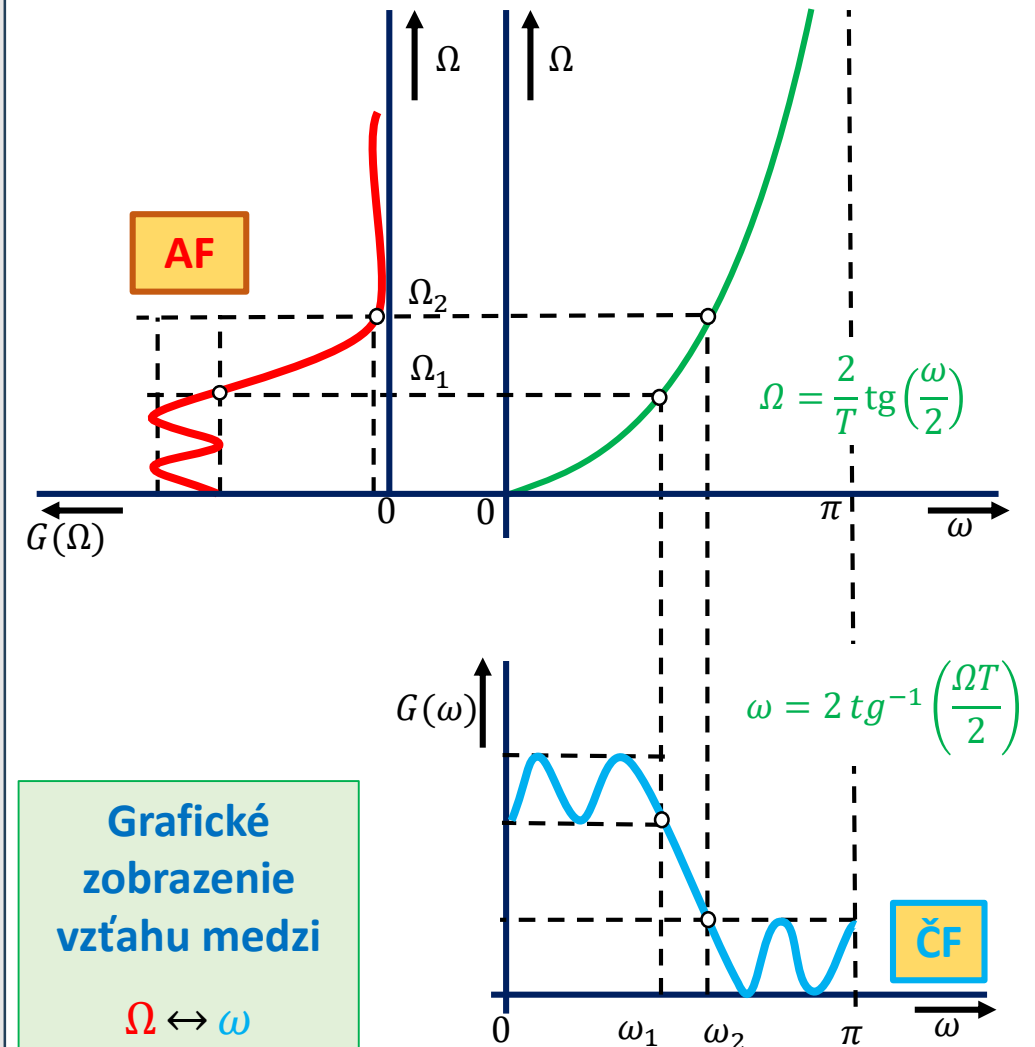
Bilineárna transformácia:

$$G_A(p) \xrightarrow{p = \frac{z-1}{z+1}} G(z)$$

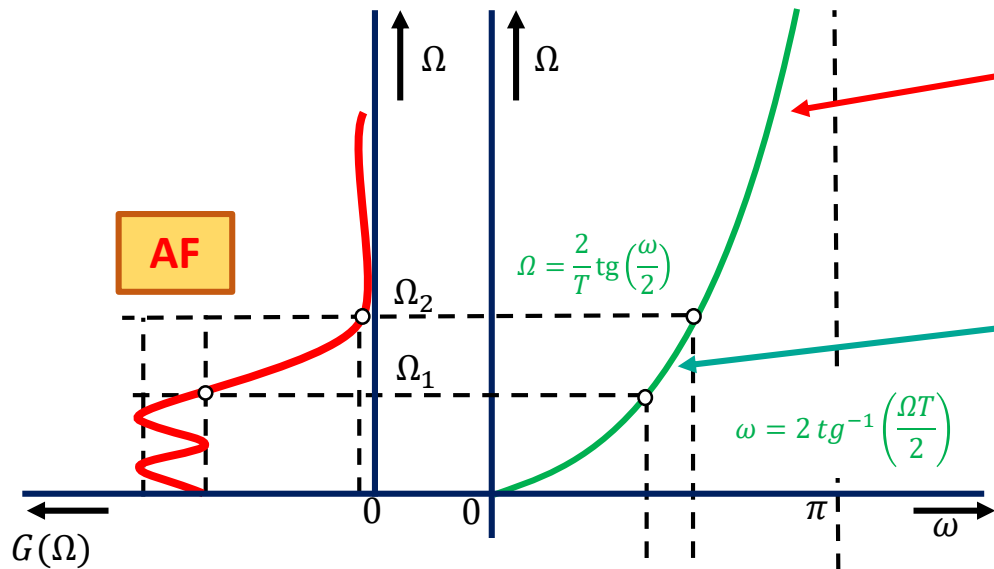
$$p = \frac{z-1}{z+1} \Rightarrow j\Omega = \frac{e^{j\omega T} - 1}{e^{j\omega T} + 1} \Rightarrow \text{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

Analógový filter.

Číslicový filter.



Syntéza IIR - Metóda bilineárnej transformácie



V oblasti vyšších frekvencií (ω) závislosť vykazuje **nonlinearitu**

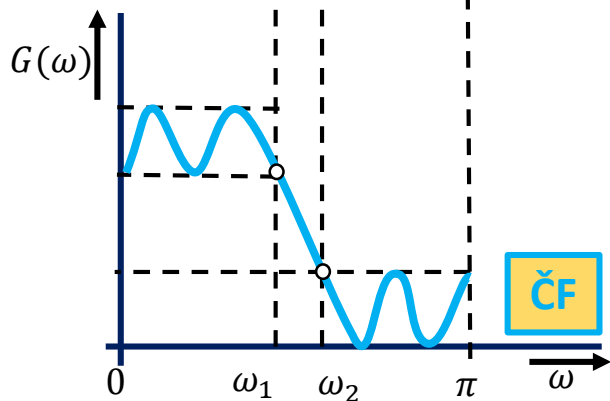
V oblasti nižších frekvencií (ω) závislosť vykazuje **istú mieru linearity**

$$\Omega = \frac{2}{T} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

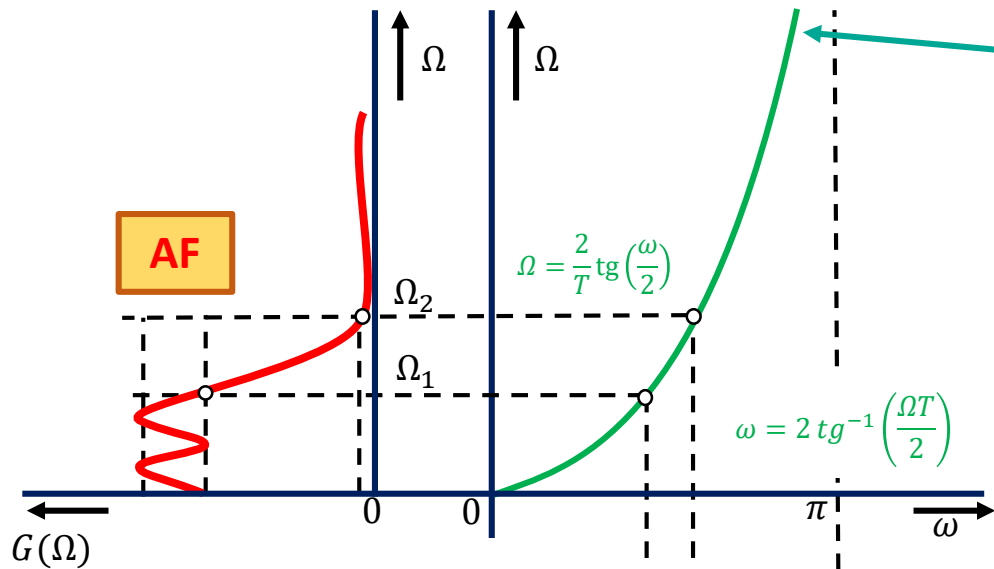
$$\omega = 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)$$

Grafické zobrazenie vzťahu medzi

$$\Omega \leftrightarrow \omega$$



Syntéza IIR - Metóda bilineárnej transformácie



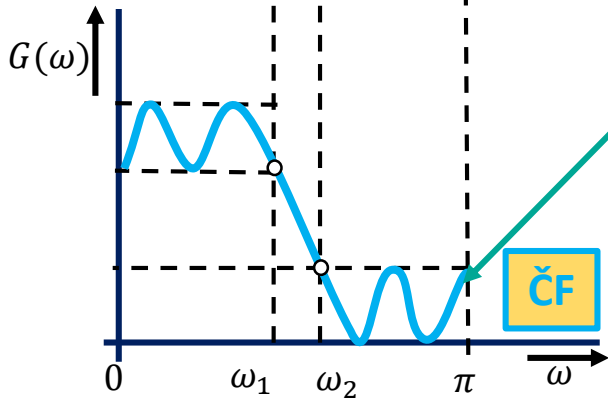
Kruhová frekvencia analógového filtra nie je obmedzena $0 \leq \Omega < \infty$

Nekoneny frekvencny rozsah analógového filtra sa transformuje na koneny frekvencny rozsah číslicového filtra

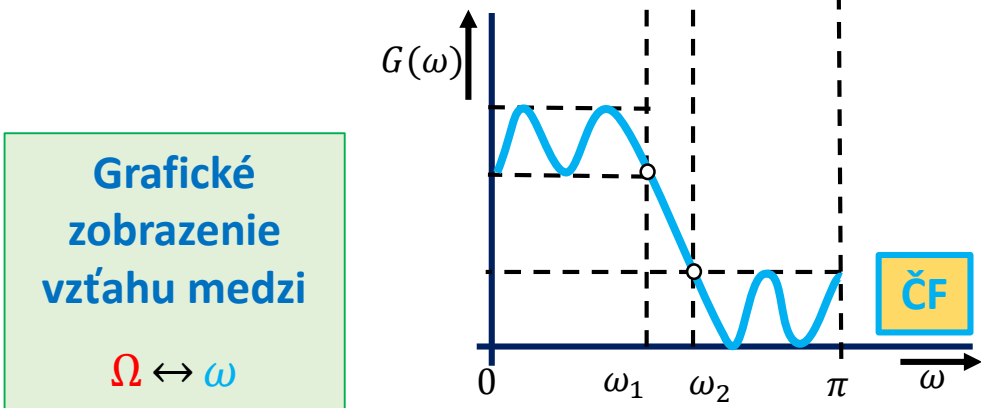
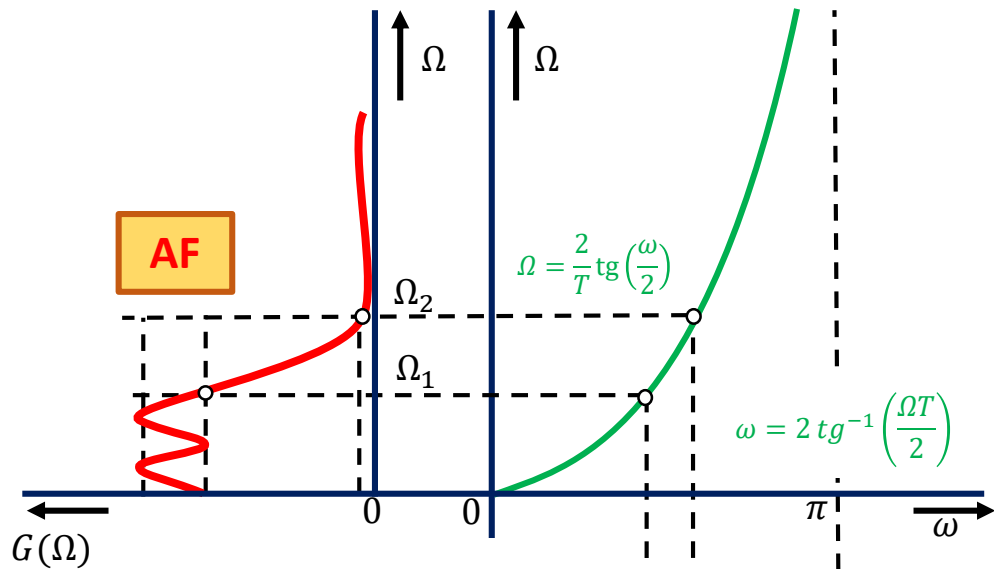
$$\omega = 2 \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\Omega T}{2}\right)$$

Kruhová frekvenciaF je obmedzená $0 \leq \omega \leq \pi$

Grafické zobrazenie vzťahu medzi $\Omega \leftrightarrow \omega$



Syntéza IIR - Metóda bilineárnej transformácie



ZÁVER:

- zo **stabilného AF** je získaný **stabilný ČF IIR**, **skreslenie** frekvenčnej charakteristiky ČF IIR **vplyvom prekrývania sa jej zložiek**, v prípade bilineárnej transformácie **nevzniká**
- **vzniká skreslenie vplyvom nelinearity frekvenčnej osi ČF IIR**. (dochádza k skresleniu jeho fázovej frekvenčnej charakteristiky)
- Metóda bilineárnej transformácie sa používa vtedy, keď je toto skreslenie možné tolerovať, alebo ho kompenzovať.



Číslicové spracovanie signálov

Prednáška č. 4

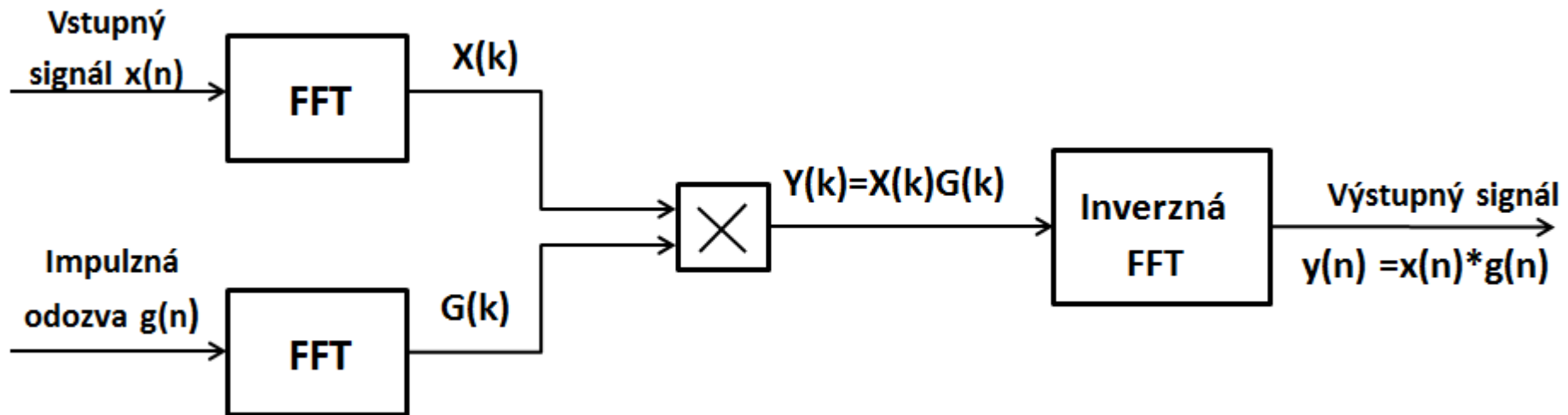
- Aktualizácia
- Syntéza ČF – všeobecný úvod
- Syntéza FIR
- Syntéza IIR
- **Metóda využívajúca FFT**

Filtrácia – ČF FIR s využitím FFT

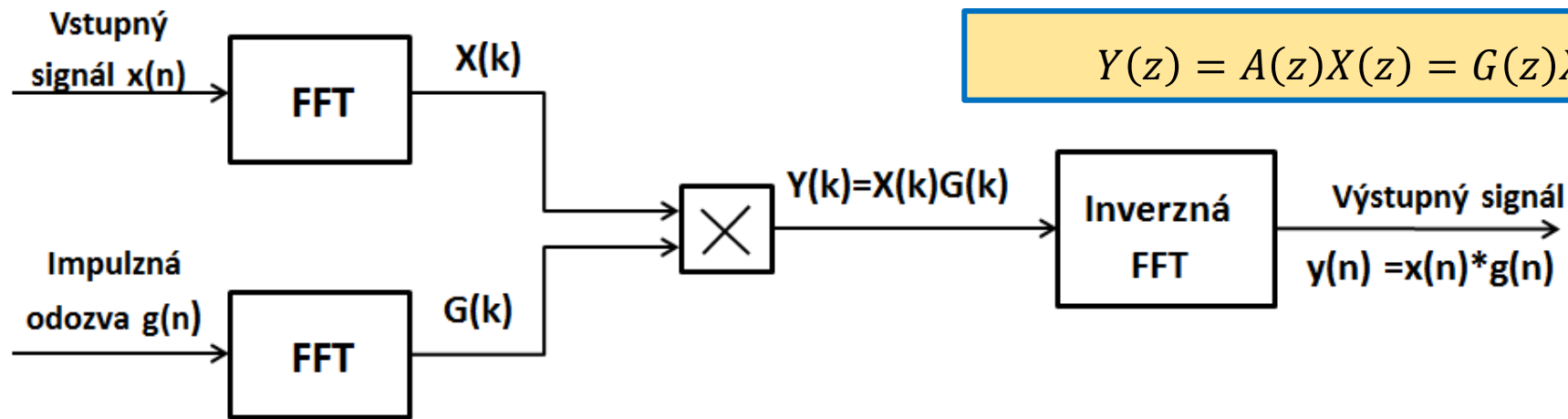
Metóda spočíva v aplikácii DFT (rýchlym algoritmom FFT) vstupného signálu a impulznej odpovede. Samotná filtrácia je následne vykonaná v spektrálnej oblasti.

Odozva číslicového filtra v časovej oblasti je daná **diskrétnou konvolúciou vstupnej postupnosti a impulznej odozvy**. Z definície **rýchlej diskkrétnej konvolúcie** vyplýva, že odozvu ČF FIR na konečnú vstupnú postupnosť je možné vypočítať nasledovne:

$$Y(z) = A(z)X(z) = G(z)X(z) \xleftrightarrow{DFT} g(n) * x(n) = y(n)$$



Filtrácia – ČF FIR s využitím FFT



$$Y(z) = A(z)X(z) = G(z)X(z) \xleftrightarrow{DFT} g(n) * x(n) = y(n)$$

Nevýhody realizácie

Nároky na výpočtový výkon:

Algoritmus FFT je síce výrazne rýchlejší a menej náročný na výpočtový výkon oproti DFT, ale so zvyšujúcou sa dĺžkou vstupného signálu sa zvyšujú nároky na výpočtový výkon.

Nutnosť signál rozdeliť na menšie časti -rámce.

Oproti konvolučnej implementácii (konvolúcia $g(n)$ a $x(n)$) je signál nutné rozdeliť na menšie úseky a tieto filtrovať separátne. Toto vedie k zvýšeným nárokom na pamäť.

Filtrácia – ČF FIR s využitím FFT

PROBLÉMY REALIZÁCIE

Nároky na pamäť:

Číslicovú filtráciu je často potrebné realizovať na technických zariadeniach – to sú napr.: PC, jednočipové signálové procesory alebo špeciálne jednoúčelové zariadenia, v nich sú číselné hodnoty ukladané väčšinou **v binárnom tvare do pamäťových registroch o konečnej dĺžke slova**, napr. jednotlivé hodnoty sú vyjadrené binárnymi číslami a dĺžke b bitov. Ak násobíme jednu b -bitovú vzorku s b -bitovým koeficientom, výsledok má dĺžku $2b$ -bity. Ale **pamäť** má dĺžku iba b - bitov, takže výsledok násobenia je nutné nejako skrútiť na b bitov – **dochádza ku kvantovaniu**.

Ďakujem za pozornosť!

Nabudúce:

- Realizačná časť syntézy filtrov
 - I., II., III., IV. Kanonická forma
- Zhrnutie vlastností IIR a FIR filtrov
- Úvod do filtrácie so zmenou vzorkovacej frekvencie

