



# Číslicové spracovanie signálov

## Prednáška č. 3

- Aktualizácia
- Prenos a stabilita sústavy
- Frekvenčné charakteristiky ČF
- Zapojenia ČF
- Úvod do syntézy ČF

# Aktualizácia

**Aký je rozdiel medzi diskretným a číslicovým signálom?**

# Aktualizácia

**Aké výhody poskytujú ČF oproti AF ?**

# Aktualizácia

**Aký je rozdiel medzi FIR a IIR?**

# Aktualizácia

**Čo je to impulzná odpoveď?**

# Aktualizácia

**Čo sú to vlastné kmity filtra?**

# Aktualizácia

**Aké matematické operácie ČF využívajú?**



# Číslicové spracovanie signálov

## Prednáška č. 3

- Aktualizácia
- **Prenos a stabilita sústavy**
- Frekvenčné charakteristiky ČF
- Zapojenia ČF
- Úvod do syntézy ČF



# Prenos a stabilita sústavy - Prenosová funkcia ČF

Vo všeobecnosti je diskrétna sústava opísaná **lineárnou diferenčnou rovnicou M-tého radu s pravou stranou:**

$$\sum_{k=0}^M b_k y[n-k] = \sum_{k=0}^N a_k x[n-k]$$

Z-transformácia diferenčnej rovnice ČF:

$$\mathcal{Z} \left\{ \sum_{k=0}^M b_k y[n-k] \right\} = \mathcal{Z} \left\{ \sum_{k=0}^N a_k x[n-k] \right\}$$

Využite sa veta o linearite  
a veta o oneskorení

$$Y(z) \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} = X(z) \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}$$

Prenosová funkcia ČF predstavuje **podiel obrazov výstupného  $Y(z)$  a vstupného signálu  $X(z)$ .**

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}$$

# Prenos a stabilita sústavy - Prenosová funkcia ČF

Vo všeobecnosti je diskrétna sústava opísaná **lineárnou diferenčnou rovnicou M-tého radu s pravou stranou:**

$$\sum_{k=0}^M b_k y[n-k] = \sum_{k=0}^N a_k x[n-k]$$

Z-transformácia diferenčnej rovnice ČF:

$$\mathcal{Z} \left\{ \sum_{k=0}^M b_k y[n-k] \right\} = \mathcal{Z} \left\{ \sum_{k=0}^N a_k x[n-k] \right\}$$

Využite sa veta o linearite  
a veta o oneskorení

$$Y(z) \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} = X(z) \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}$$

Prenosová funkcia ČF predstavuje **podiel obrazov výstupného  $Y(z)$  a vstupného signálu  $X(z)$ .**

**Takto NIE!!!**

~~$$G(z) = \frac{y[n]}{x[n]}$$~~

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}$$

# Prenos a stabilita sústavy - Prenosová funkcia ČF

Prenosová funkcia ČF predstavuje **podiel obrazov výstupného  $Y(z)$  a vstupného signálu  $X(z)$** .

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}$$

Prenosovú funkciu je možné prepísať aj v nasledovnom tvare:

$$G(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-1} + a_3 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-1} + b_3 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}} = \frac{A(z)}{B(z)} \quad b_0 = 1$$

- Ak polynóm  $B(z) = 1$  (teda menovateľ  $G(z)$  je rovný 1) potom ČF **nemá spätnú väzbu** a jedná sa o FIR filter.
- Ak polynóm  $B(z) \neq 1$  potom ČF **má spätnú väzbu** a jedná sa o IIR filter.
- Ak je známa impulzná charakteristika  $g[n]$  ČF a je daný ľubovoľný vstupný signál  $x[n]$ , potom výstupný signál  $y[n]$  v **spektrálnej oblasti (z-rovine)** bude:

$$Y(z) = G(z)X(z)$$

- V **časovej oblasti** bude výstupný signál daný konvolúciou medzi impulznou odpoveďou ČF a vstupným signálom.

$$y[n] = g[n] * x[n]$$

# Prenos a stabilita sústavy - Prenosová funkcia ČF

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Ak  $X(z) = 1$ , čo zodpovedá obrazu (Z-transf.) jednotkového impulzu na vstupe, dostaneme rovnosť:

$$Y(z) = G(z)$$

odkiaľ po spätnej Z-transformácii plynie  $y[n] = g[n]$

**Prenosová funkcia  $G(z)$  je obrazom impulznej charakteristiky (odozvy)  
číslicového filtra (diskrétneho systému)**

# Prenos a stabilita sústavy - Nuly a póly prenos. funkcie

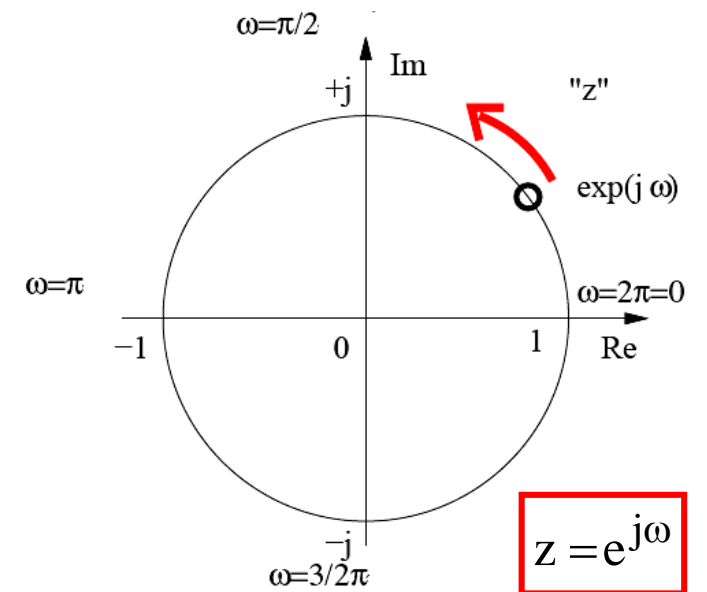
$$G(z) = \frac{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3} + \dots + a_N z^{-N}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \dots + b_M z^{-M}} = \frac{A(z)}{B(z)}$$

$$b_0 = 1$$

- $z_0$  sú nulové body alebo **NULY prenosovej funkcie** t.j. body v rovine „z“, pre ktoré čitateľ  $G(z)$  je nulový-  $A(z) = 0$
- $z_{\times}$  sú **PÓLY prenosovej funkcie**, t.j. body v rovine z, pre ktoré menovateľ  $G(z)$  je nulový -  $B(z) = 0$

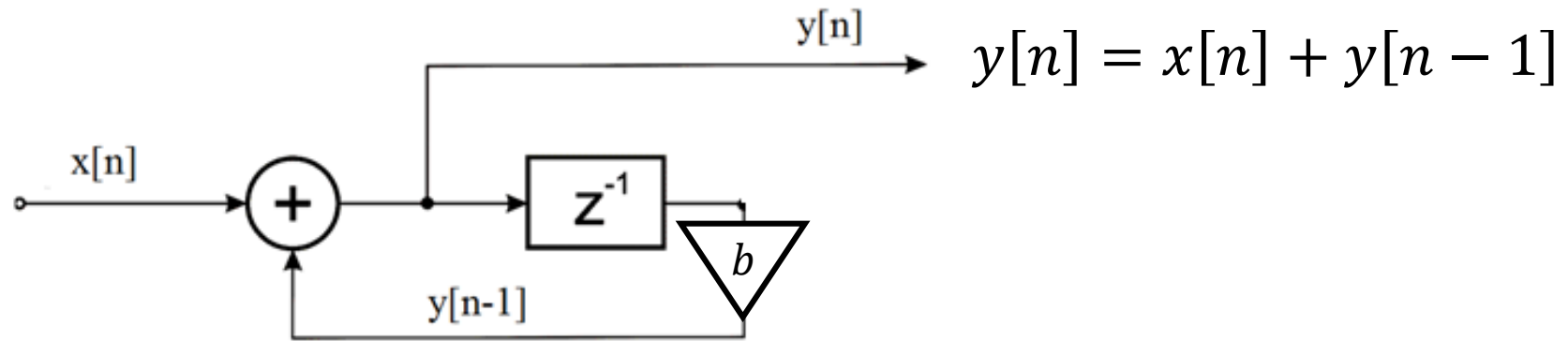
**Aby bol ČF stabilný, musia póly prenosovej funkcie ležať vo vnútri jednotkovej kružnice!**

- Ak  $|z_{\times k}| < 1$ , ČF je **stabilný**
- Ak  $|z_{\times k}| > 1$ , ČF je **nestabilný**
- Ak  $|z_{\times k}| = 1$ , ČF je **na hranici stability**



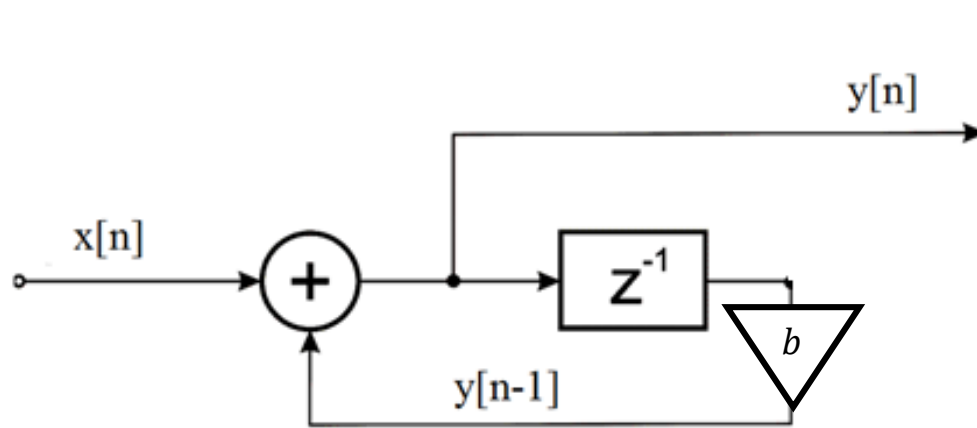
# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu!



# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b = 0.5; 1; 1.05$  !



$$y[n] = x[n] + by[n - 1] \xrightarrow{z} Y(z) = X(z) + bY(z)z^{-1}$$

$$Y(z) - bY(z)z^{-1} = X(z)$$

$$Y(z)(1 - bz^{-1}) = X(z)$$

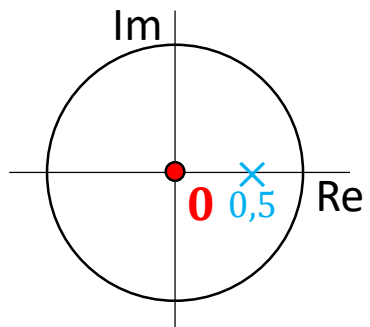
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z - b}$$

Nula

Pól

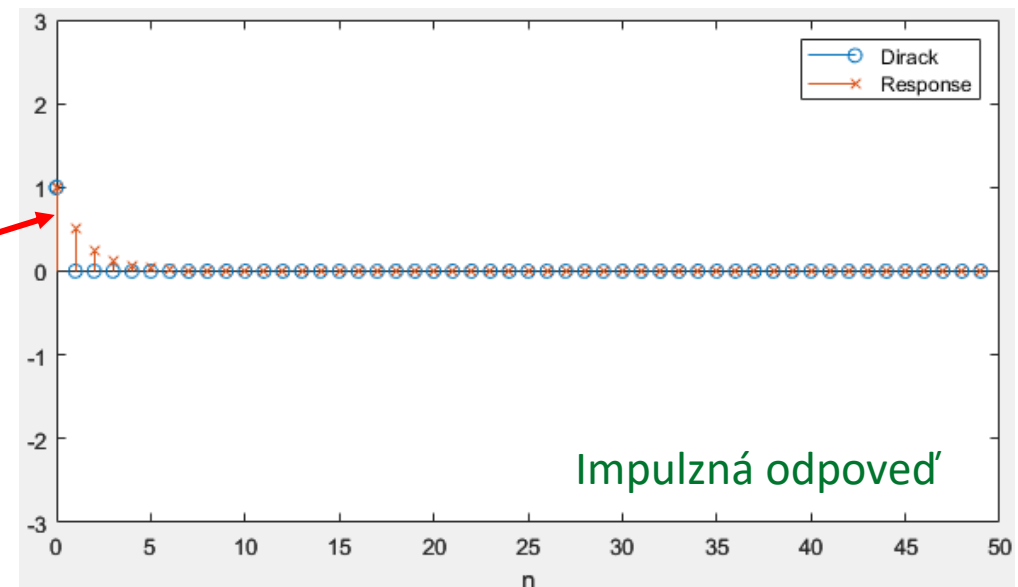
Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$

Pól je tiež iba jeden  $z_{\times,1} = b$



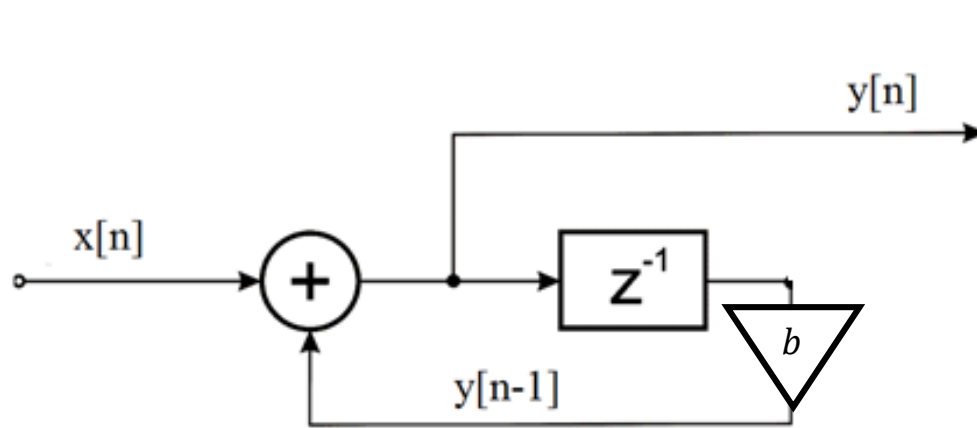
**Stabilná sústava**

**Hodnoty impulznej odpovede konvergujú k 0. (dá sa ukázať, že sú nenulové ale veľmi malé)**



# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b = 0.5; 1; 1.05$  !



$$y[n] = x[n] + by[n - 1] \xrightarrow{z} Y(z) = X(z) + bY(z)z^{-1}$$

$$Y(z) - bY(z)z^{-1} = X(z)$$

$$Y(z)(1 - bz^{-1}) = X(z)$$

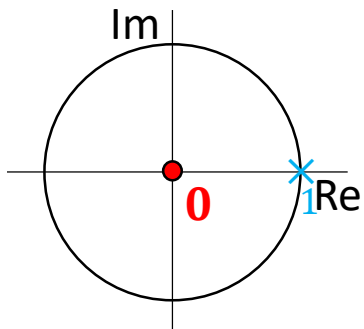
$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z - b}$$

Nula

Pól

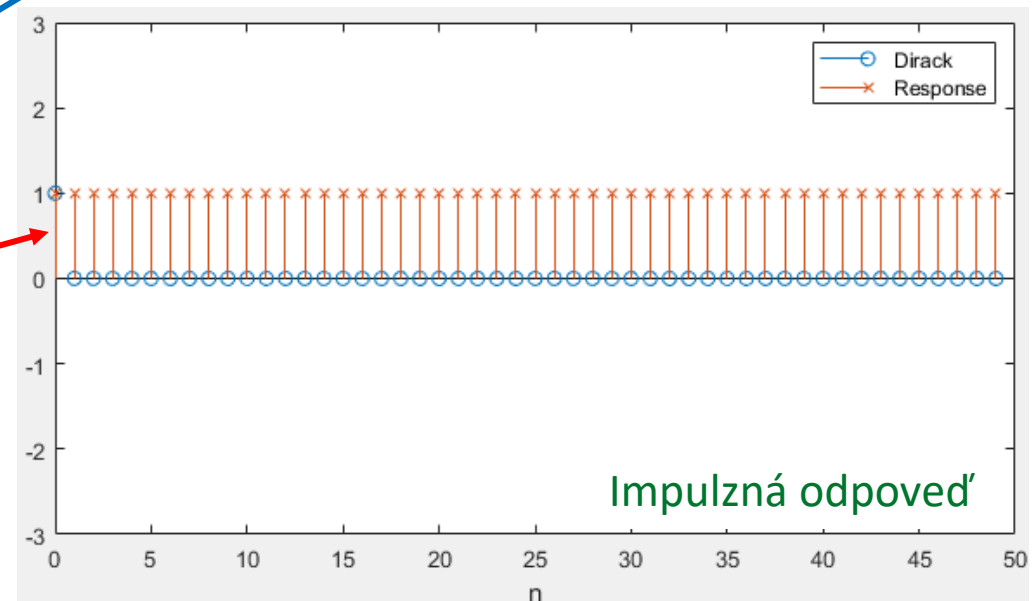
Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$

Pól je tiež iba jeden  $z_{\times,1} = b$



Na hranici stability

Hodnoty impulznej odpovede majú konštantnú hodnotu. (kmitajú iba v kladnej časti lebo pól je kladný)

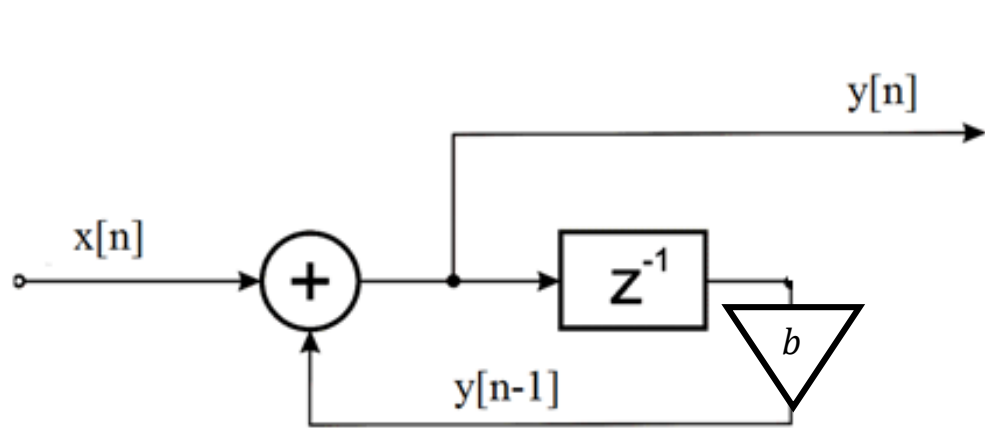


Impulzná odpoveď



# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b = 0.5; 1; 1.05$  !



$$y[n] = x[n] + by[n - 1] \xrightarrow{z} Y(z) = X(z) + bY(z)z^{-1}$$

$$Y(z) - bY(z)z^{-1} = X(z)$$

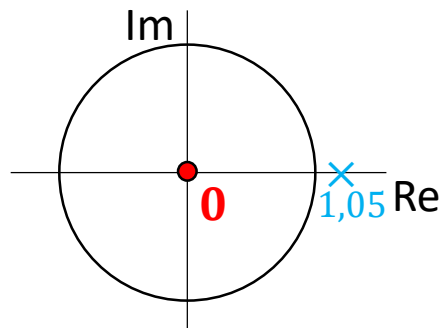
$$Y(z)(1 - bz^{-1}) = X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z - b}$$

**Nula**

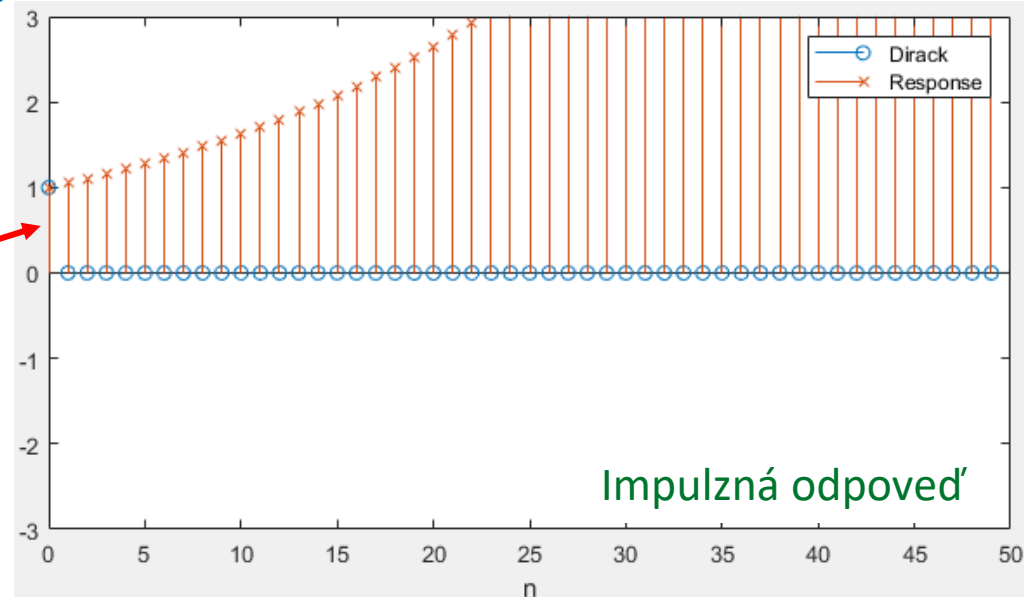
**Pól**

Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$   
Pól je tiež iba jeden  $z_{\times,1} = b$



**Nestabilná sústava**

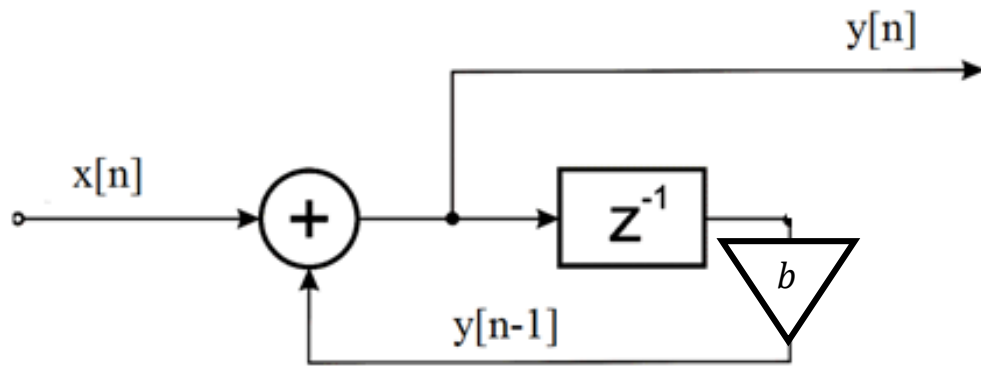
**Hodnoty impulznej rastú nad všetky medze (v kladnej časti lebo pól je kladný)**



**Impulzná odpoveď**

# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b = 0.5; 1; 1.05$  !



Filtrácia jednotkového jednotkového impulzu -> impulzná odpoveď na výstupe

```
% Simulácia IIR filtra 1. radu (DP-FIR)
```

```
Sig = zeros([1 50]); % Vektor pre vstupný signál - 50 vzoriek  
Sig(1) = 1;         % Jednotkový impulz  
n = 0:49;           % Vektor diskrétného času nTd
```

```
b=0.5;  
% b=1.05;  
% b=1;
```

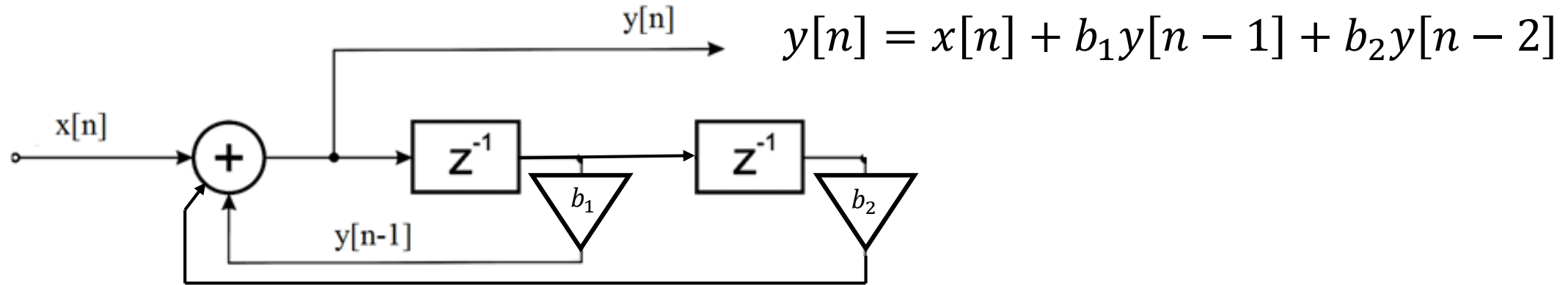
```
g = filter(1,[1 -b],Sig); % Filtrácia signálu (známe A(z) a B(z))
```

```
figure(1), stem(n,Sig) % Vykreslenie jednotkového impulzu  
hold on;
```

```
stem(n,g,'x'),          % Vykreslenie impulznej odpovede ČF  
ylim([-3,3]); legend({'Dirack','Response'}); xlabel('n')  
hold off
```

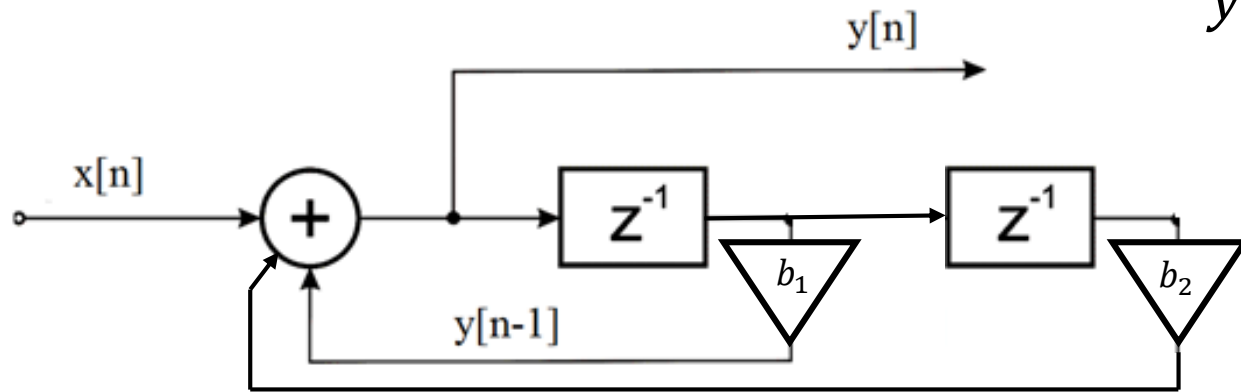
# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter druhého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b_1 = 0.25$  ;  $b_2 = -0.5$  a  $b_1 = 0.9$  ;  $b_2 = -1.3$  !



# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter druhého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b_1 = 0.25$  ;  $b_2 = -0.5$  a  $b_1 = 0.9$  ;  $b_2 = -1.3$  !



$$y[n] = x[n] + b_1 y[n-1] + b_2 y[n-2] \xrightarrow{z}$$

$$Y(z) = X(z) + b_1 Y(z) z^{-1} + b_2 Y(z) z^{-2}$$

$$Y(z) - b_1 Y(z) z^{-1} - b_2 Y(z) z^{-2} = X(z)$$

$$Y(z)(1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}) = X(z)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - b_1 z - b_2}$$

Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$

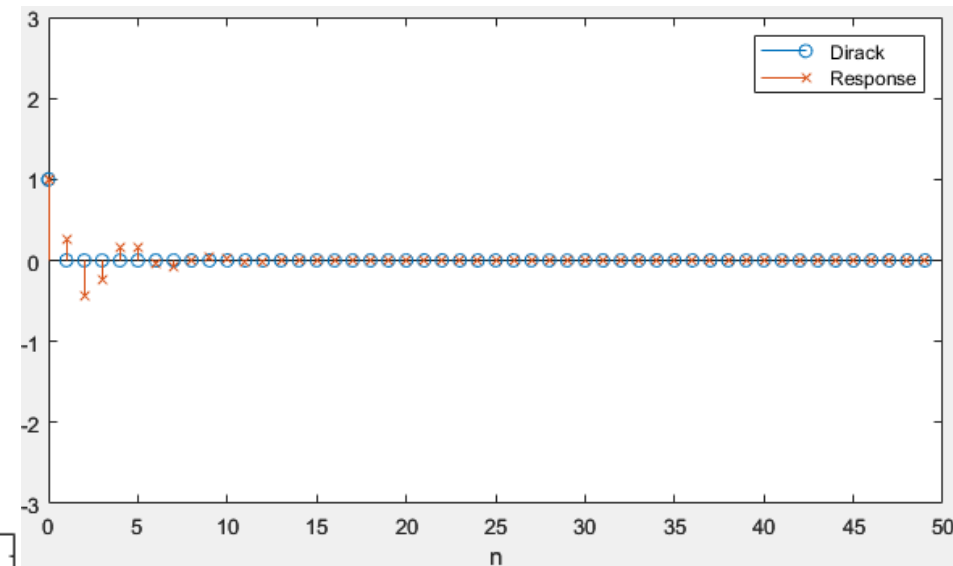
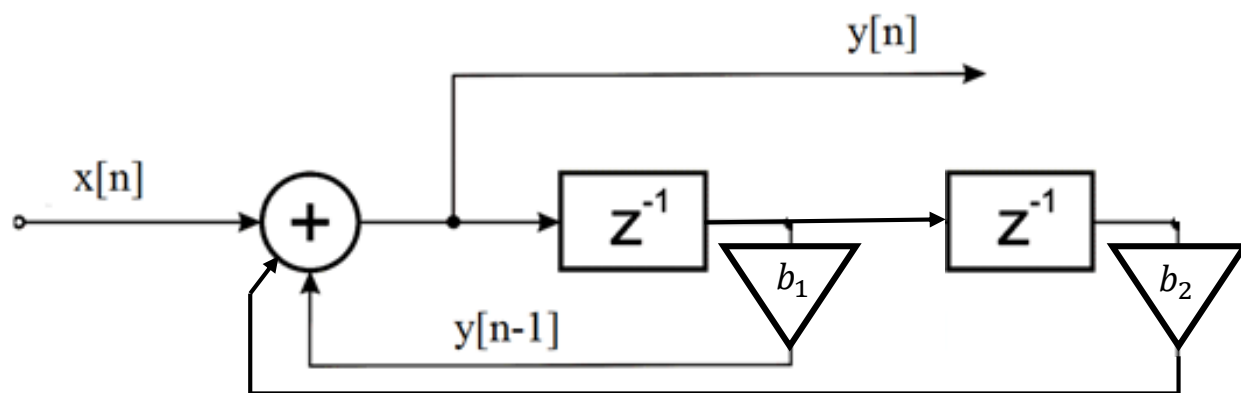
Póly budú dva  $z_{x,1}$  a  $z_{x,2}$

$$z_{x,1,2} = \frac{b_1 \pm \sqrt{b_1^2 + 4b_2}}{2}$$

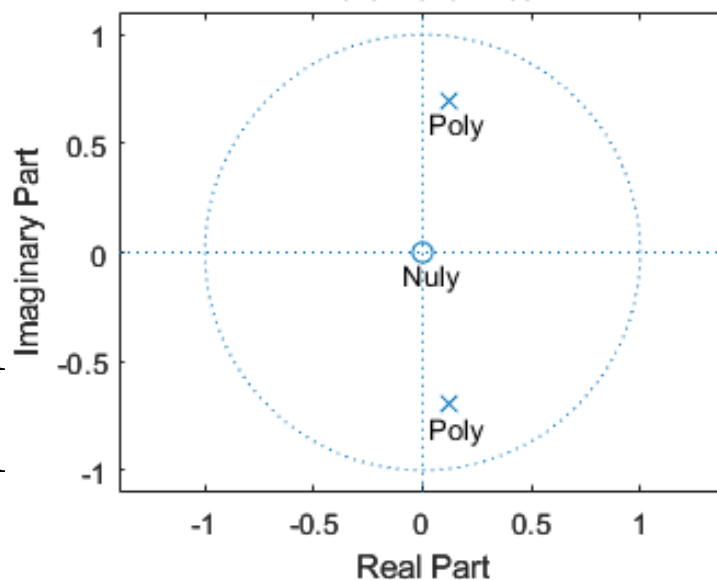
Póly (vo všeobecnosti komplexné) – Pre tento prípad, riešenie kvadratickej rovnice

# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter druhého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b_1 = 0.25$  ;  $b_2 = -0.5$  a  $b_1 = 0.9$  ;  $b_2 = -1.3$  !



Pole-Zero Plot



Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$

Póly budú dva  $z_{x,1}$  a  $z_{x,2}$

$$b_1 = 0.25 ; b_2 = -0.5$$

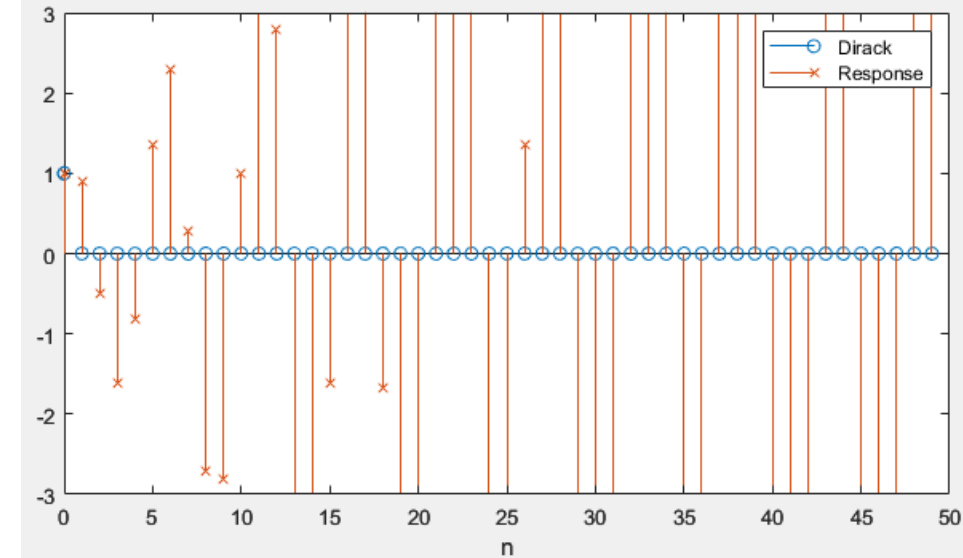
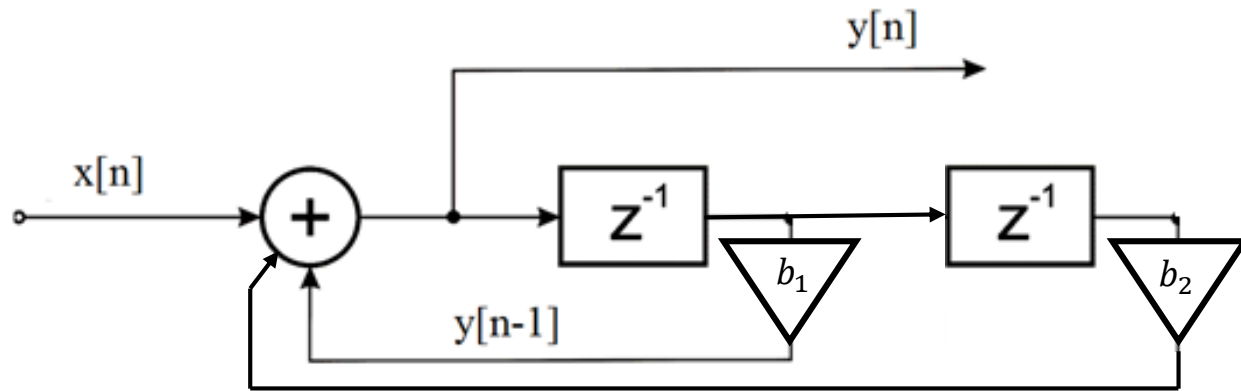
$$z_{x,1} = 0.125 + 0.7i \rightarrow |z_{x,1}| = 0.71$$

$$z_{x,2} = 0.125 - 0.7i \rightarrow |z_{x,2}| = 0.71$$

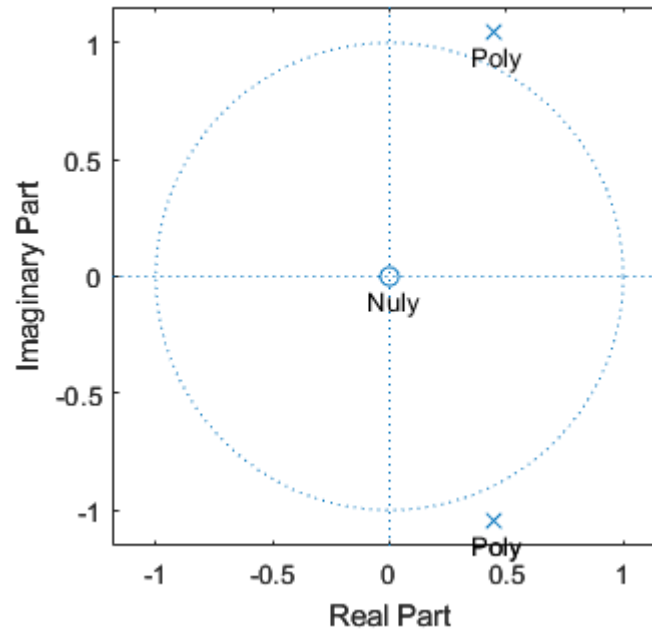
**Stabilná sústava**

# Prenos a stabilita sústavy – Stabilita sústavy

**Príklad:** Uvažujme FIR filter druhého rádu. Vyšetrite jeho stabilitu ak:  $b_1 = 0.25$  ;  $b_2 = -0.5$  a  $b_1 = 0.9$  ;  $b_2 = -1.3$  !



Pole-Zero Plot



Nulový bod je len jeden  $z_{0,1} = 0$

Póly budú dva  $z_{x,1}$  a  $z_{x,2}$

$$b_1 = 0.9 ; b_2 = -1.3$$

$$z_{x,1} = 0.45 + 1.05i \rightarrow |z_{x,1}| = 1.14$$

$$z_{x,2} = 0.45 - 1.05i \rightarrow |z_{x,1}| = 1.14$$

**Nestabilná sústava**



# Číslicové spracovanie signálov

## Prednáška č. 3

- Aktualizácia
- Prenos a stabilita sústavy
- **Frekvenčné charakteristiky ČF**
- Zapojenia ČF
- Úvod do syntézy ČF

# Filtrácia - Frekvenčné charakteristiky ČF

Hodnotia frekvenčné vlastnosti ČF – teda to ako sa sústava správa vo frekvenčnej oblasti.

T je perióda, ktorú zvyčajne považujeme za jednotkovú!  $T=1$

Ak využijeme substitúciu  $z = e^{j\omega T}$ , potom sa **prenosová charakteristika**  $G(z)$  zmení na **komplexnú frekvenčnú prenosovú charakteristiku**  $G(e^{j\omega})$  alebo iba  $G(j\omega)$

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \rightarrow G(e^{j\omega}) = \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})}$$

**Komplexnú frekvenčnú prenosovú charakteristiku** je možné vyjadriť pomocou reálnej (Re) a imaginárnej (Im) zložky nasledovne:

$$G(e^{j\omega}) = \text{Re}\{G(e^{j\omega})\} + j\text{Im}\{G(e^{j\omega})\}$$

Pomocou modulu (magnitude) a argumentu(phase-fáza) je **komplexnú frekvenčnú prenosovú charakteristiku** je možné vyjadriť takto:

$$G(e^{j\omega}) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

**Modulová frekvenčná charakteristika**

$$A(\omega) = |G(e^{j\omega})|$$

**Argumentová frekvenčná charakteristika**

$$\varphi(\omega) = \arg\{G(e^{j\omega})\}$$



# Filtrácia - Frekvenčné charakteristiky ČF

$$G(e^{j\omega}) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

**Modulová frekvenčná charakteristika**

$$A(\omega) = |G(e^{j\omega})|$$
$$A(\omega) = 20 \log_{10}(|G(e^{j\omega})|) \quad [dB]$$

**Argumentová frekvenčná charakteristika**

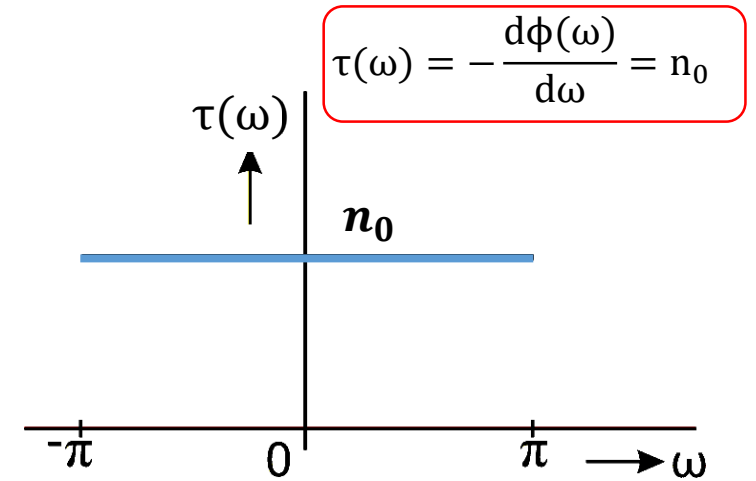
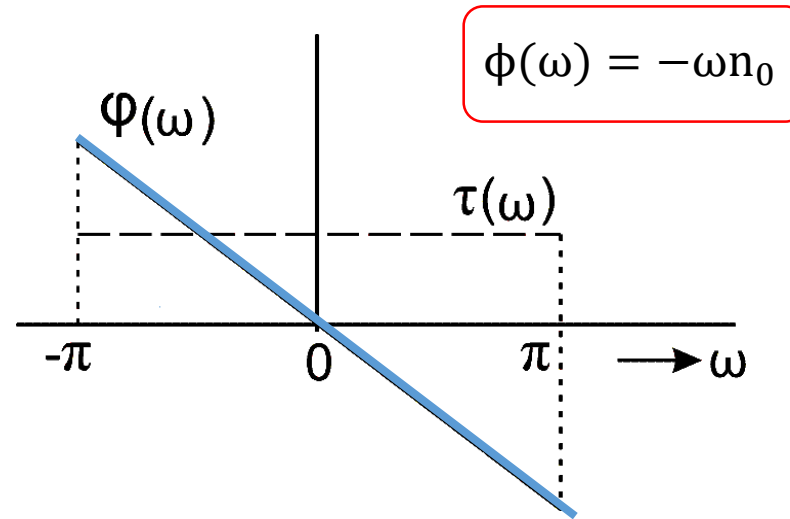
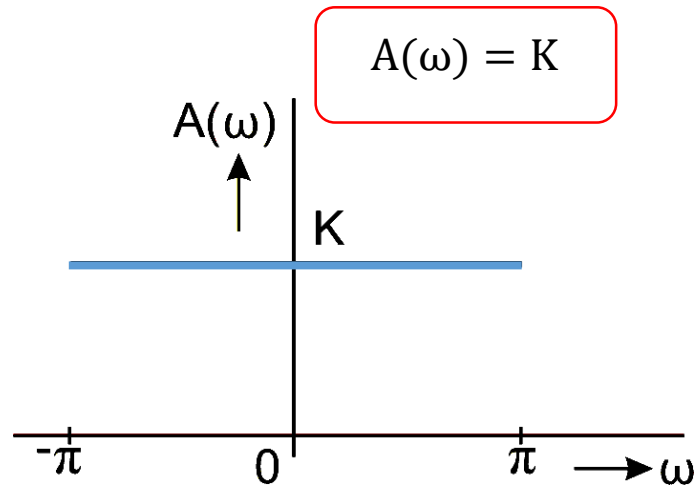
$$\varphi(\omega) = \arg\{G(e^{j\omega})\}$$

Tiež sa môžeme stretnúť s pojmom **skupinové oneskorenie**, ktoré predstavuje tretiu frekvenčnú charakteristiku. Skupinové oneskorenie je dané ako záporná derivácia **argumentovej frekvenčnej charakteristiky**.

$$\tau(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Frekvenčné charakteristiky číslicového filtra sú periodické (Pretože exponenciálna funkcia  $e^{j\omega T}$  je periodická) a navyše sú závislé od diskretizačnej periódy  $T$ .

# Filtrácia - Ideálny diskrétny prenosový systém



**Modulová (amplitúdová) frekvenčná charakteristika je konštantná** – Vstupný signál je len zosilnený (zoslabený), môže byť oneskorený.

**Prenosová funkcia:**

$$G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = Kz^{-n_0}$$

fázová frekvenčná charakteristika je lineárna

Skupinové oneskorenie je konštantné.



# Číslicové spracovanie signálov

## Prednáška č. 3

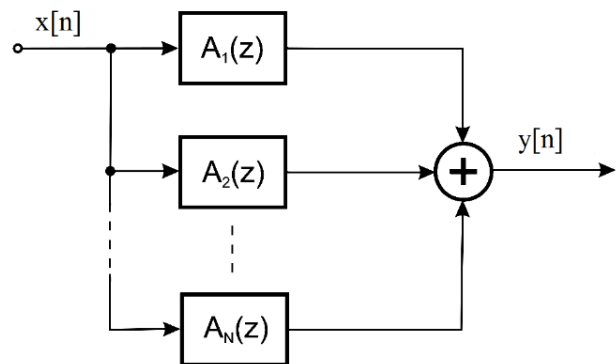
- Aktualizácia
- Prenos a stabilita sústavy
- Frekvenčné charakteristiky ČF
- **Zapojenia ČF**
- Úvod do syntézy ČF

# Filtrácia - Zapojenia ČF

Zapájaním viacerých jednoduchších ČF možno získať požadovanú prenosovú funkciu zložitého filtra.

Poznáme tri zapojenia:

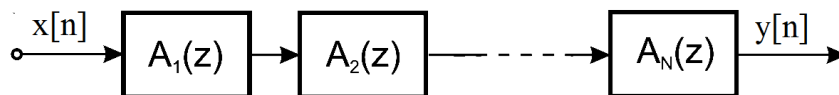
- Paralelné
- Sériové (kaskádne)
- Spätnoväzobné



$$A(z) = \sum_{i=1}^N A_i(z)$$

$$g[n] = \sum_{i=1}^N g_i[n]$$

Kaskádny systém je stabilný, ak je každý jednotlivý ČF stabilný

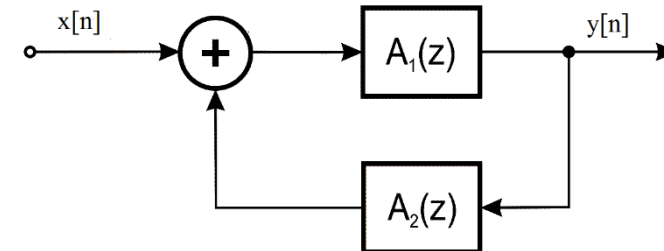


$$A(z) = \prod_{i=1}^N A_i(z)$$

Konvolučný súčin

$$g[n] = g_1[n] * g_2[n] * \dots * g_N[n]$$

Paralelný systém je stabilný, ak je každý jednotlivý ČF stabilný

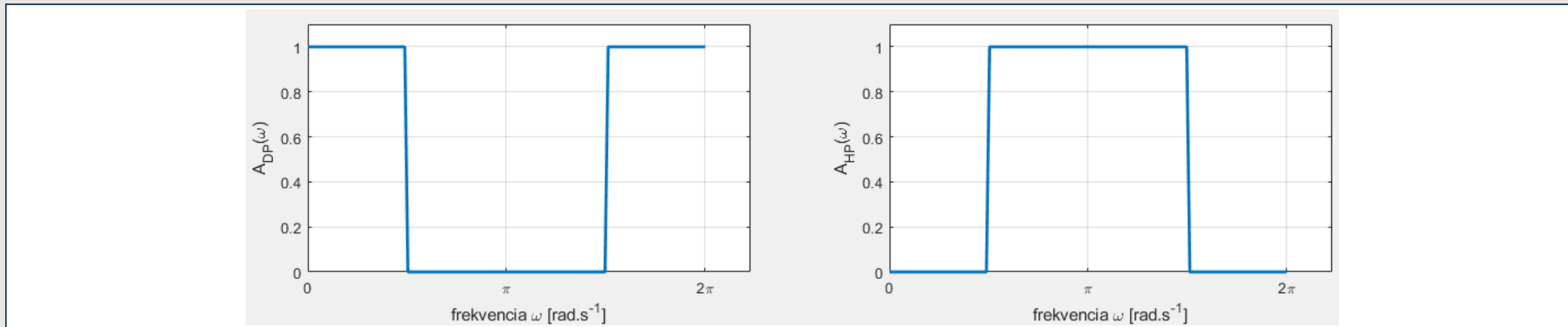


$$A(z) = \frac{A_1(z)}{1 - A_1(z)A_2(z)}$$

Výsledná spätnoväzobná sústava môže byť nestabilná, aj keď každý z dielčích ČF je stabilný.

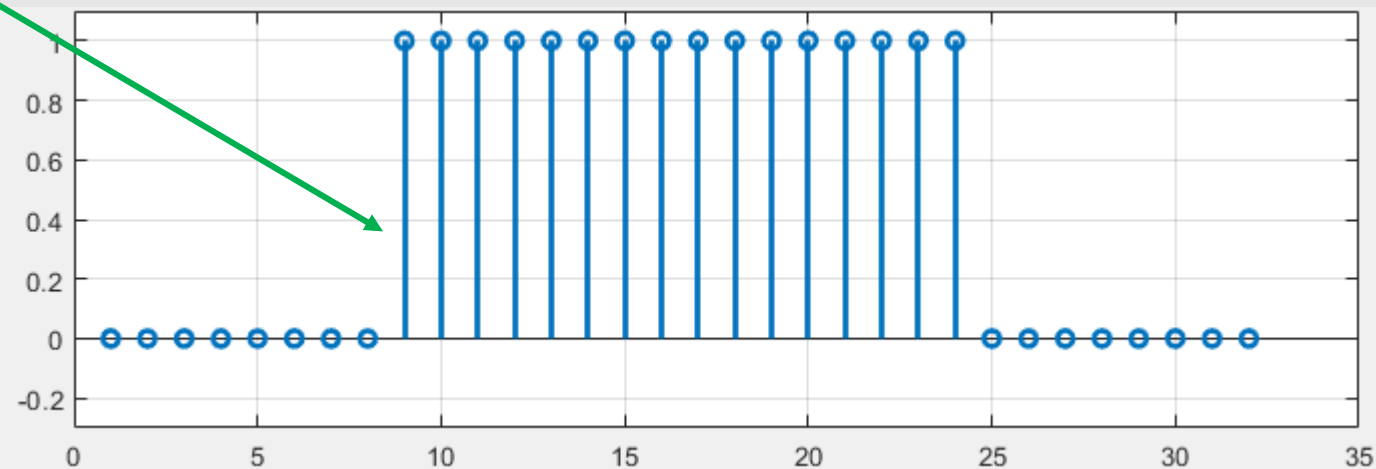
# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme ideálny DP a HP filter s modulovými charakteristikami na obr.



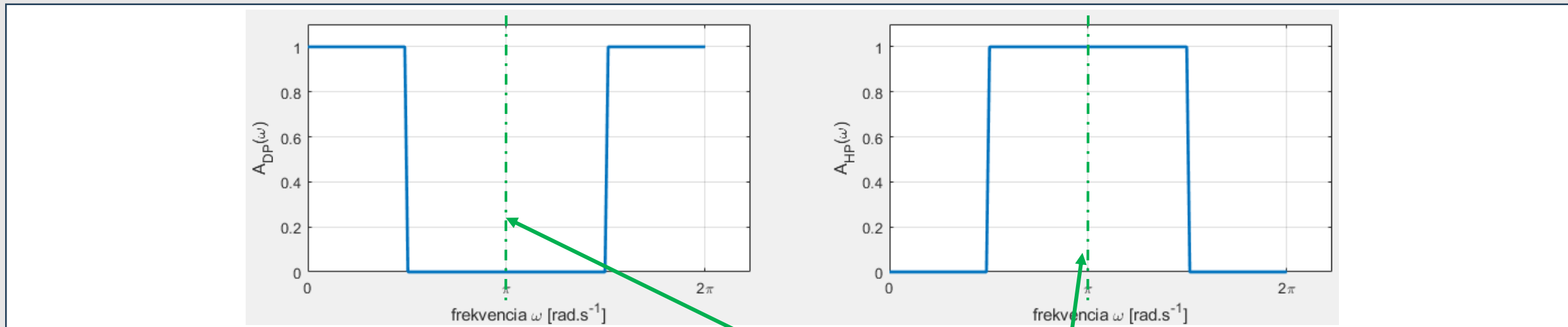
**Vykonajte filtráciu neperiodického **diskrétneho impulzu (N=32)**:**

- a) DP filtrom,
- b) HP filtrom,
- c) oboma filterami v sériovom zapojení,
- d) oboma filterami v paralelnom zapojení



# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme ideálny DP a HP filter s modulovými charakteristikami na obr.



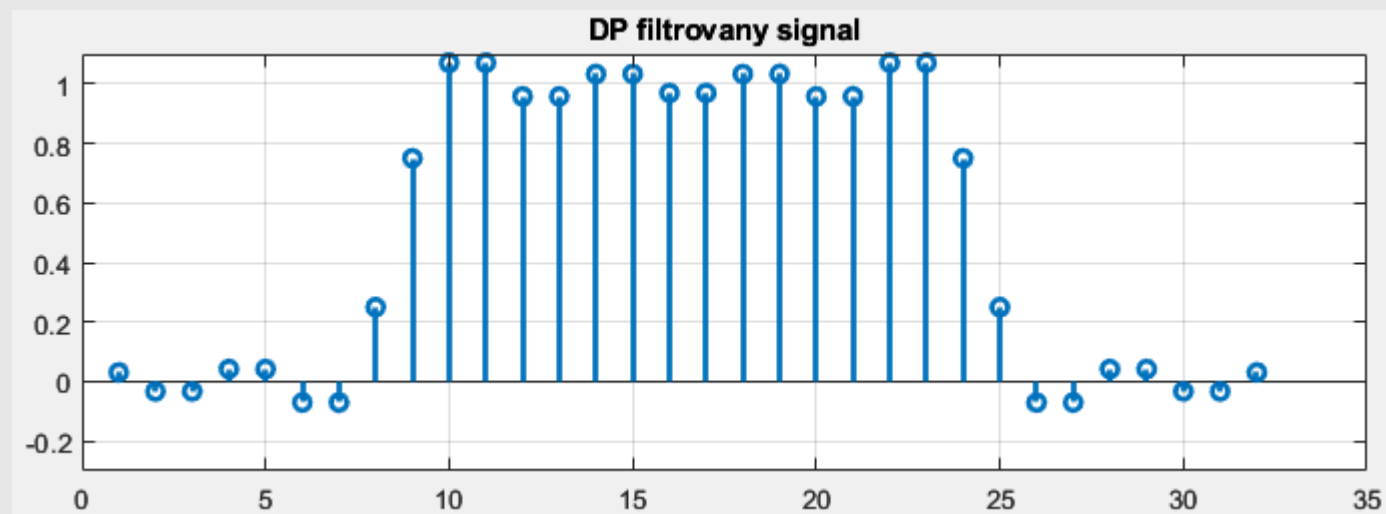
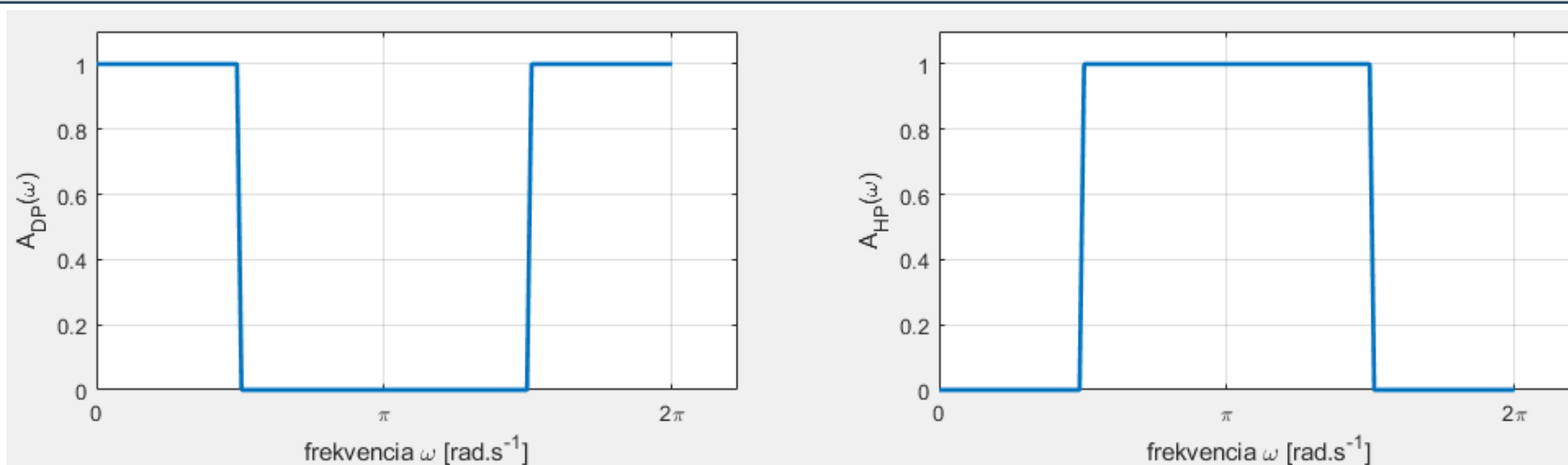
**Vykonajte filtráciu neperiodického diskrétného impulzu:**

- a) DP filtrom,
- b) HP filtrom,
- c) oboma filterami v sériovom zapojení,
- d) oboma filterami v paralelnom zapojení

Všimnime si, že modulové charakteristiky sú symetrické! Zvyčajne sa kreslí iba polovica charakteristiky – nazýva sa potom **Amplitúdová frekvenčná charakteristika**.

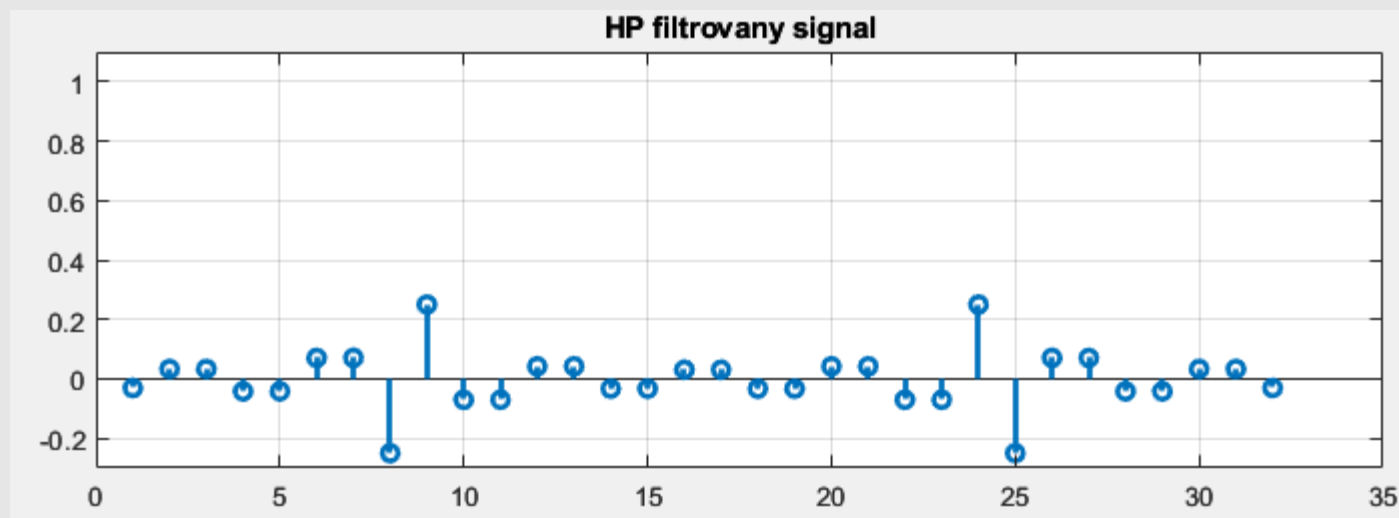
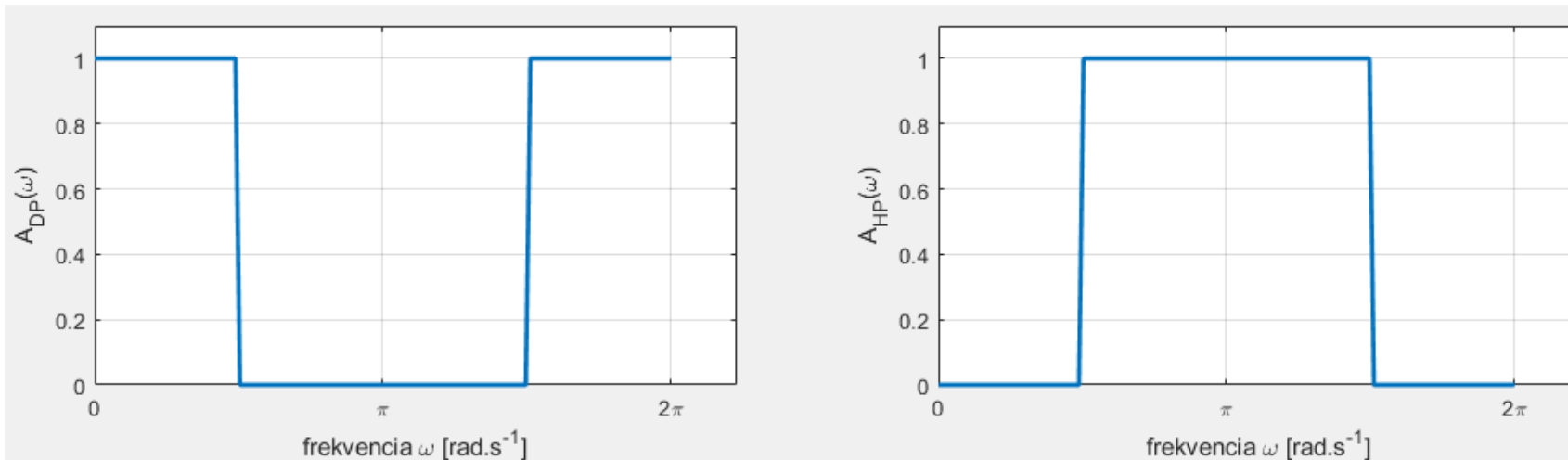
# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

Filtrácia DP filtrom:



# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

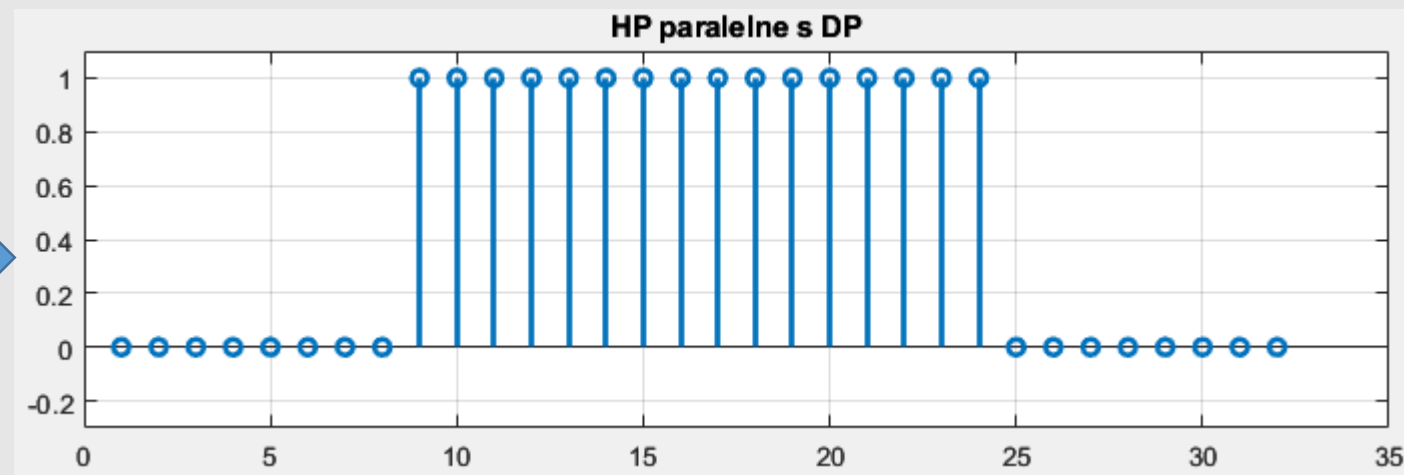
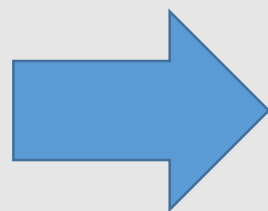
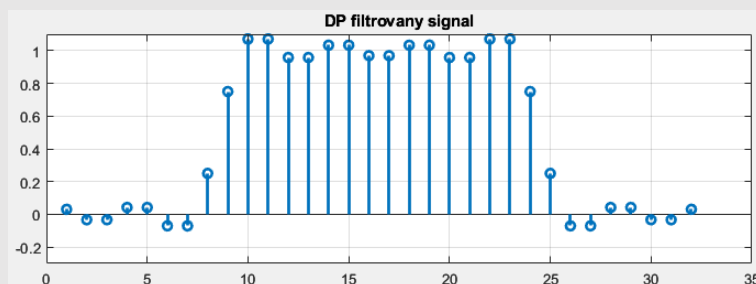
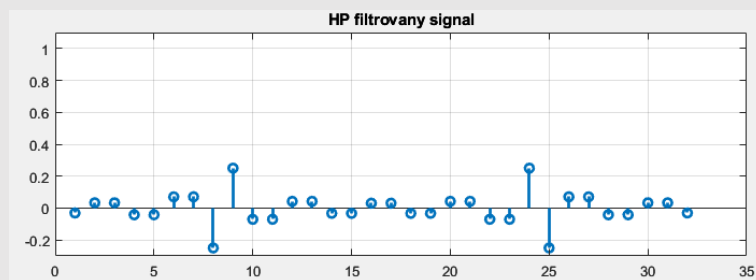
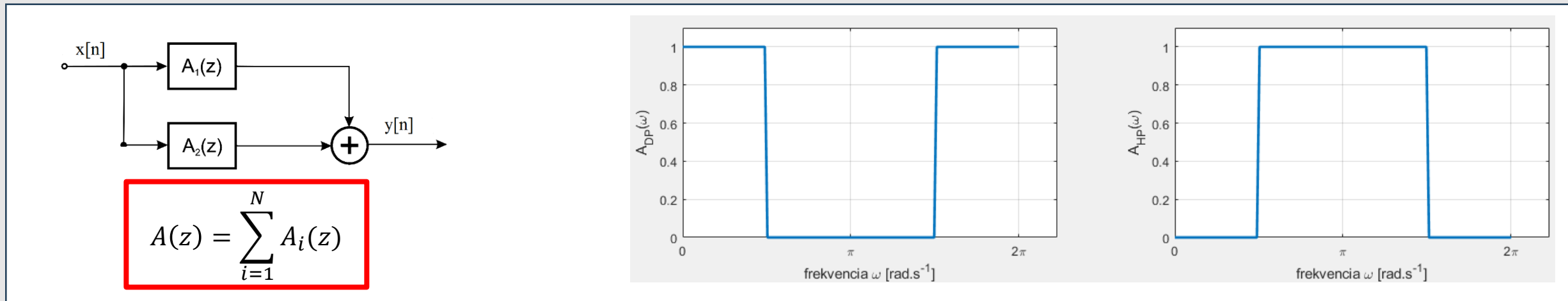
Filtrácia HP filtrom:





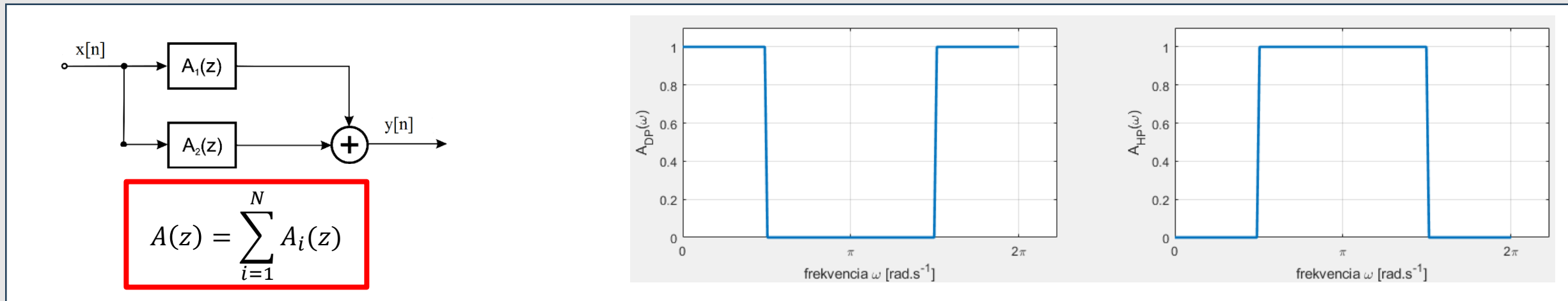
# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

Filtrácia DP a HP filtermi zapojenými paralelne :

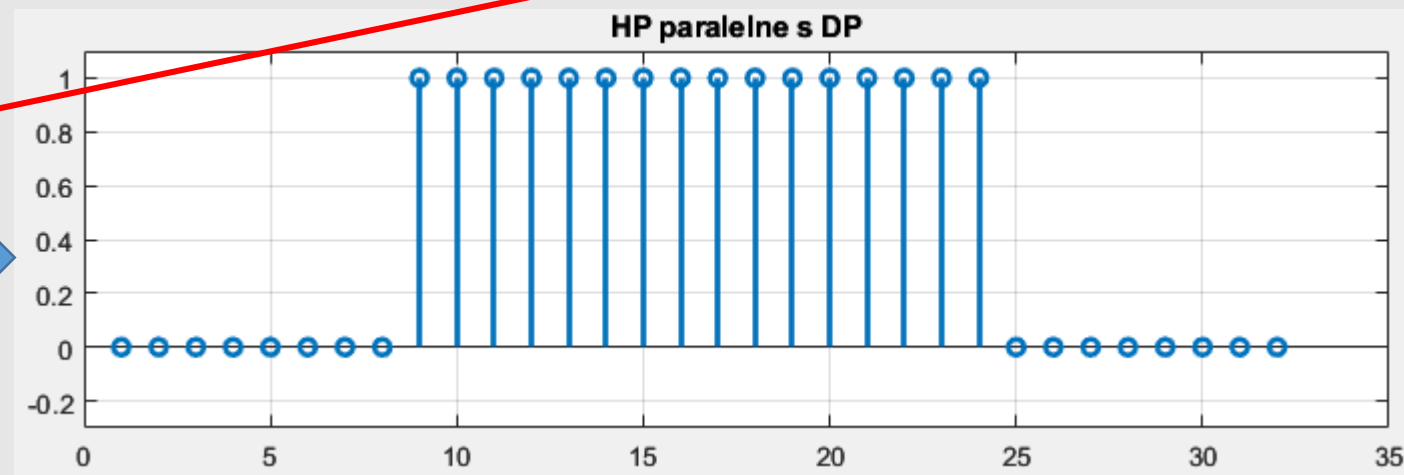
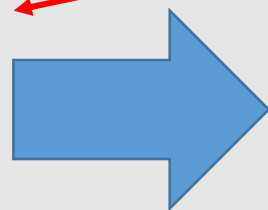
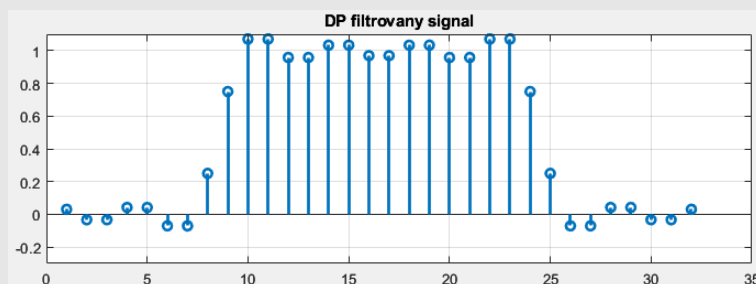
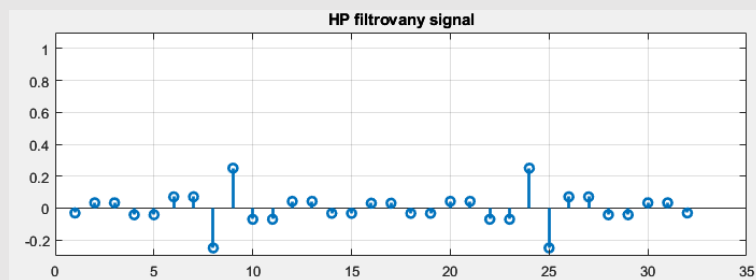


# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

Filtrácia DP a HP filtermi zapojenými paralelne :

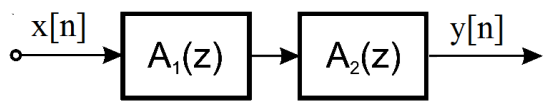


Je zřejmé, že výsledný signál je tvorený súčtom filtrovaných signálov

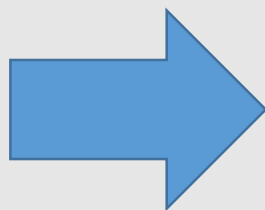
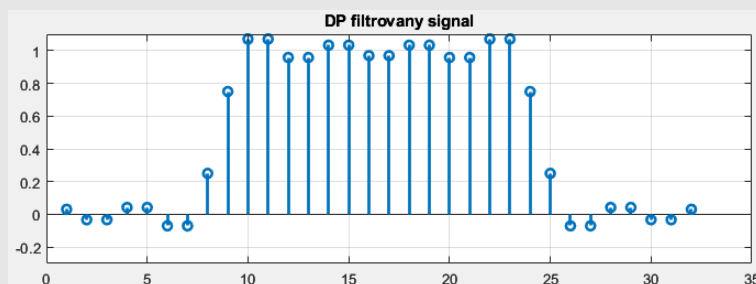
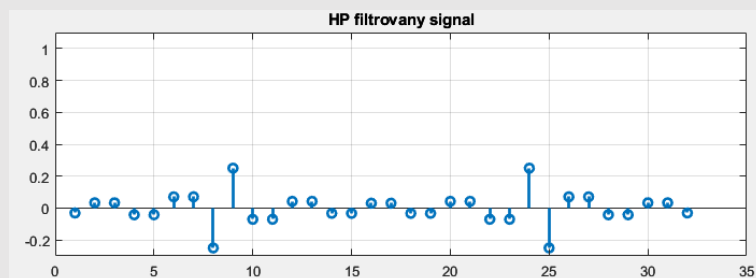
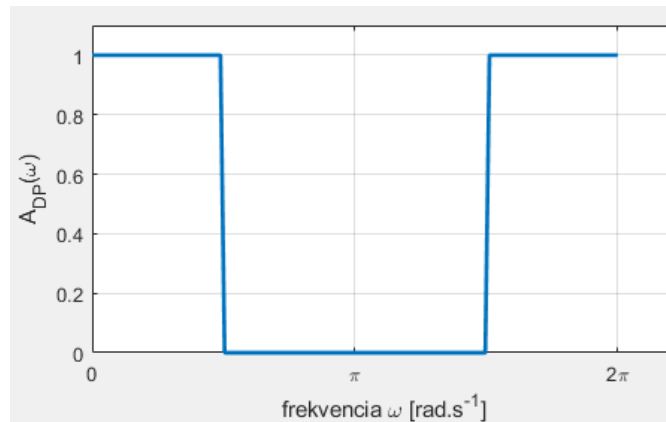


# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

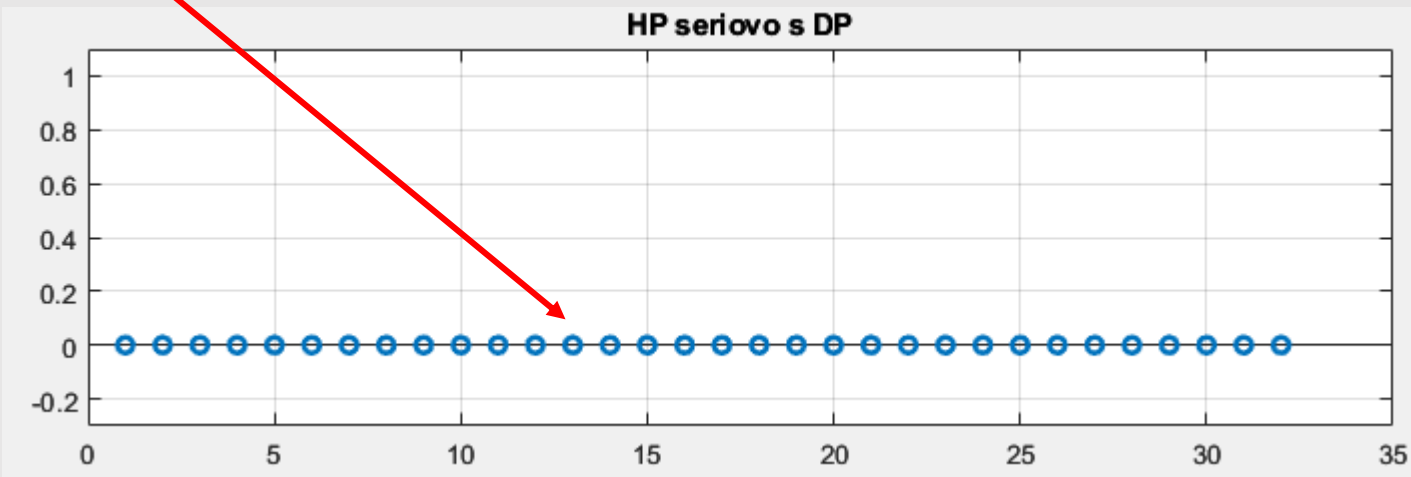
Filtrácia DP a HP filtermi zapojenými sériovo:



$$A(z) = \prod_{i=1}^N A_i(z)$$

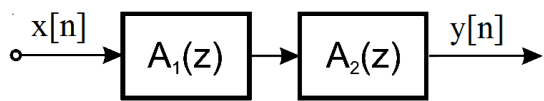


Prečo ???

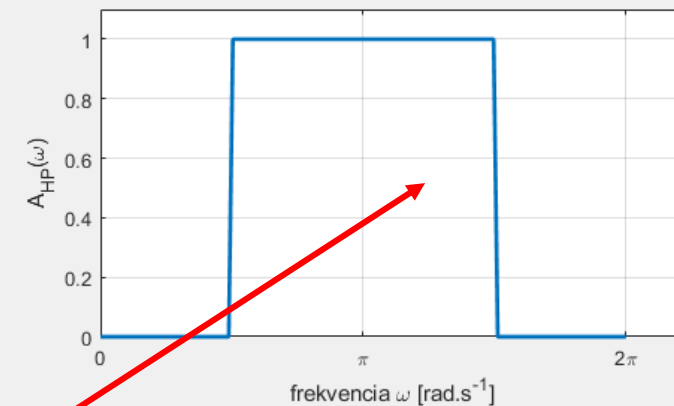
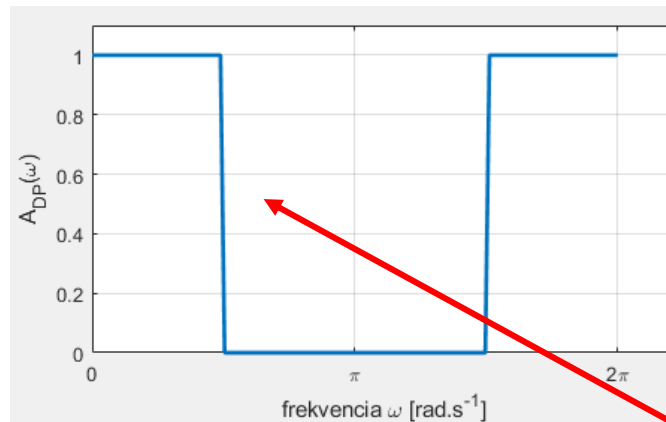


# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

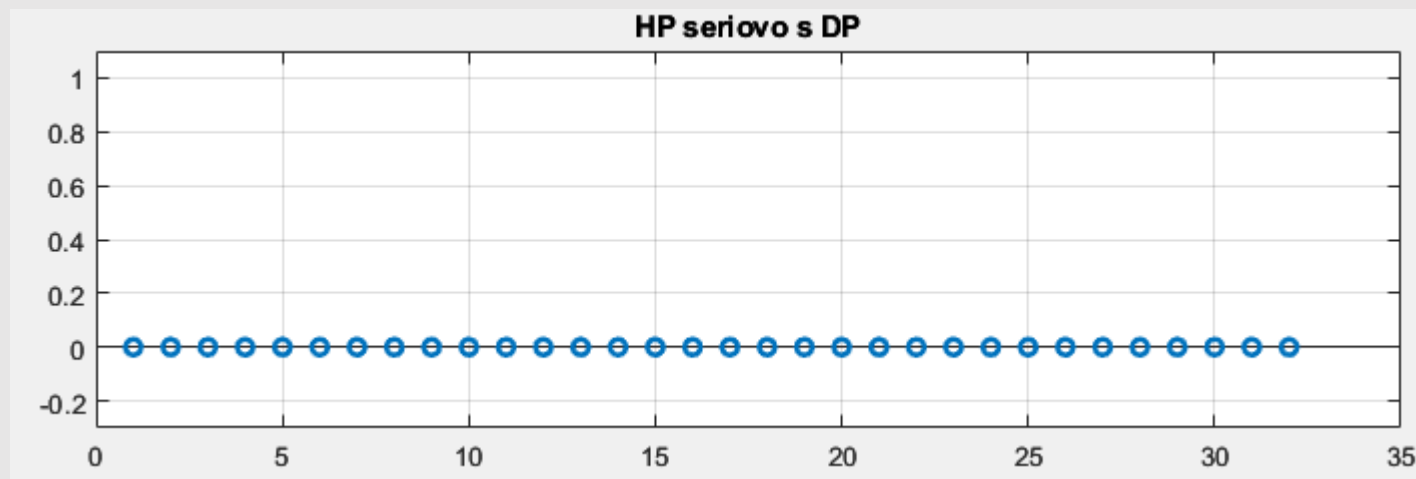
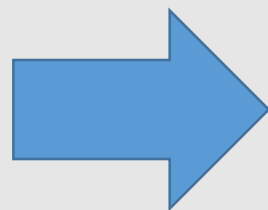
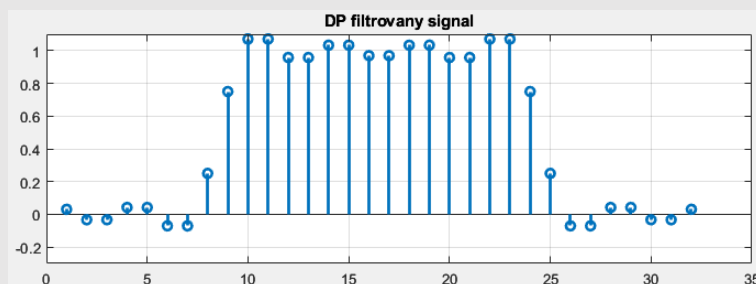
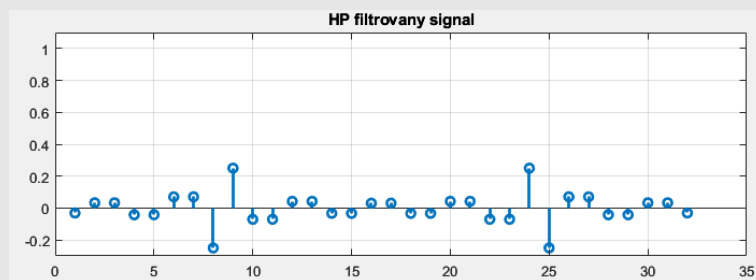
Filtrácia DP a HP filtermi zapojenými sériovo:



$$A(z) = \prod_{i=1}^N A_i(z)$$

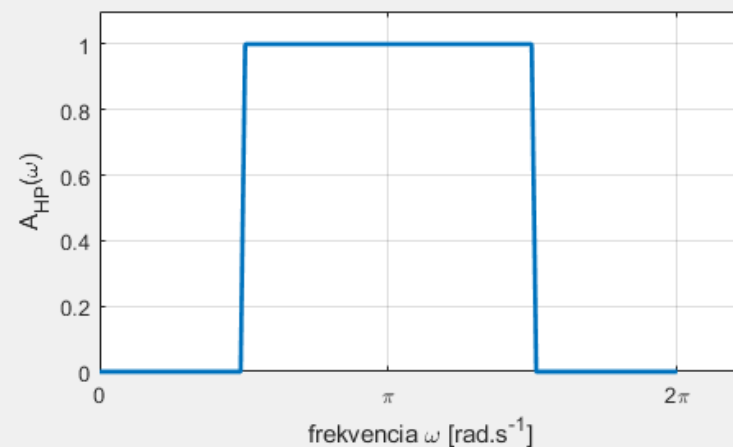
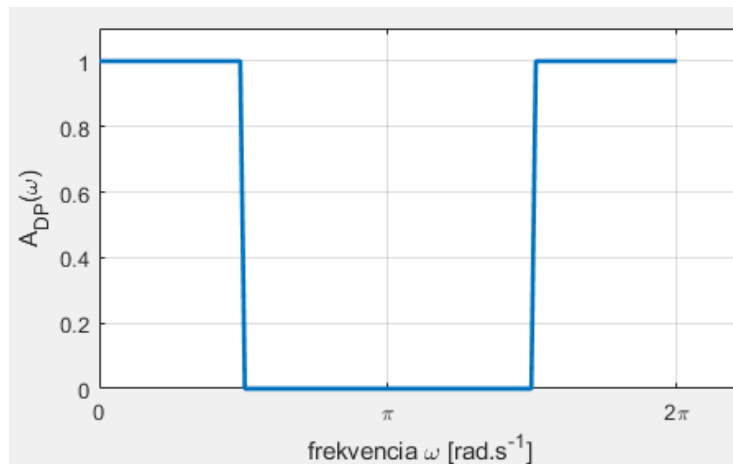


Pretože súčin  $A_{DP}(\omega)A_{HP}(\omega) = 0$



# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme ideálny DP a HP filter s amplitúdovo frekvenčnými charakteristikami



Vykonajte filtráciu neperiodického diskretného impulzu:

- a) DP filtrom,
- b) HP filtrom,
- c) oboma filterami v sériovom zapojení,
- d) oboma filterami v paralelnom zapojení

*Riešenie pomocou MATLABu – metóda  
filtrácie pomocou oknovej funkcie a FFT  
transformácie*



**MATLAB**<sup>®</sup>

# Filtrácia – Frekvenčné charakteristiky (ukážky)

Riešenie pomocou MATLABu – metóda filtrácie pomocou oknovej funkcie a FFT transformácie



**Príklad:** Uvažujme ideálny DP a HP filter filter s modulovými charakteristikami na obr.

Vykonajte filtráciu neperiodického diskrétného impulzu:

- DP filtrom,
- HP filtrom,
- oboma filtermi v sériovom zapojení,
- oboma filtermi v paralelnom zapojení

```
N = 128;
% Amplitudovo frekvencna charakteristika DP filtra
A_DP(1:N) = 0;
A_DP(1:N/4) = 1;
A_DP(1+3*N/4:N) = 1;
% Amplitudovo frekvencna charakteristika HP filtra
A_HP(1:N) = 0;
A_HP(1+N/4 : 3*N/4) = 1;

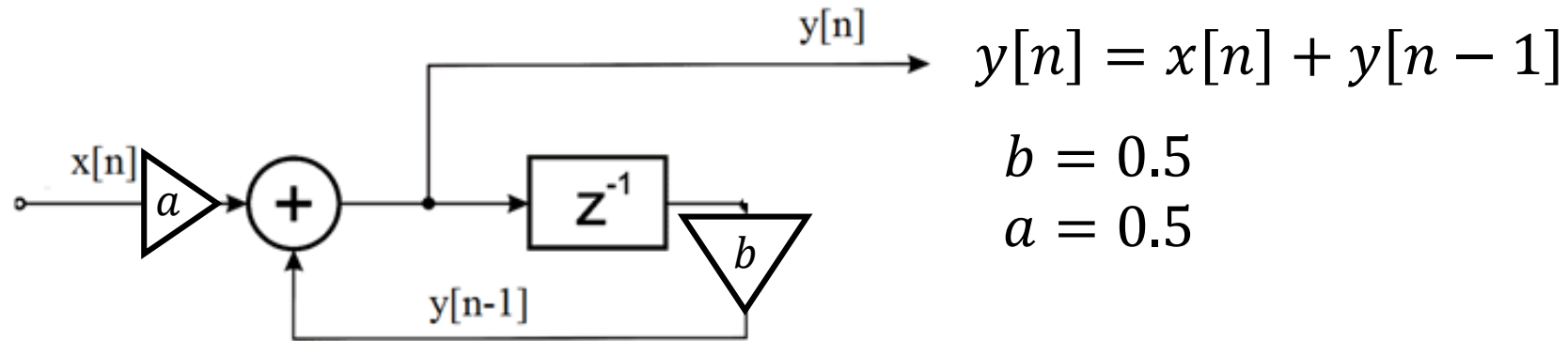
% Vektor normovanej frekvencie
frekv = 0:2*pi/(length(A_DP)-1):2*pi;
% Definovanie signálu
Sig = zeros([1 N]);
Sig(N/4+1:3*N/4) = 1;

% FFT transformacia
Sig_FT = fft(Sig);
% Filtracia v DFT oblasti
Sig_DP = ifft(Sig_FT.*A_DP);
Sig_HP = ifft(Sig_FT.*A_HP);
Sig_par= ifft(Sig_FT.*(A_HP+A_DP));
Sig_ser= ifft(Sig_FT.*(A_HP.*A_DP));

figure(1),
subplot(1,2,1), plot(frekv,A_DP,'LineWidth',2), ylim([0 1.1]), grid on; xticks([0,pi,2*pi]), xticklabels({'0','\pi','2\pi'})
xlabel('frekvencia \omega [rad.s^-1]'); ylabel('A_D_P(\omega)')
subplot(1,2,2), plot(frekv,A_HP,'LineWidth',2), ylim([0 1.1]), grid on;xticks([0,pi,2*pi]), xticklabels({'0','\pi','2\pi'})
xlabel('frekvencia \omega [rad.s^-1]');ylabel('A_H_P(\omega)')
figure(2),
subplot(3,2,1), stem(Sig,'LineWidth',2); ylim([-0.3 1.1]), grid on; title('Povodny signal')
subplot(3,2,3), stem(Sig_DP,'LineWidth',2); ylim([-0.3 1.1]), grid on; title('DP filtrovany signal')
subplot(3,2,4), stem(Sig_HP,'LineWidth',2); ylim([-0.3 1.1]), grid on; title('HP filtrovany signal')
subplot(3,2,5), stem(Sig_par,'LineWidth',2); ylim([-0.3 1.1]), grid on; title('HP paralelne s DP')
subplot(3,2,6), stem(Sig_ser,'LineWidth',2); ylim([-0.3 1.1]), grid on; title('HP seriovo s DP')
```

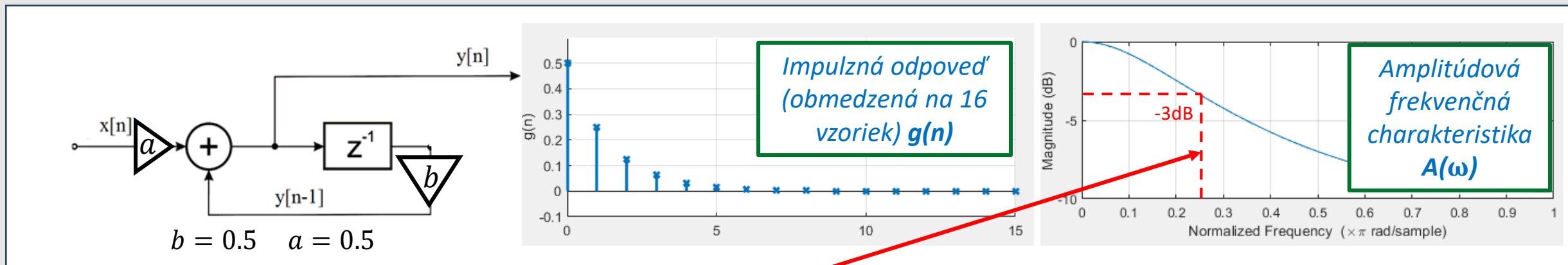
# Filtrácia (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu! Filtrujte postupnosť vzoriek predstavujúcu neperiodický pravouhlý impulz s počtom vzoriek  $n = 32$ . Predpokladajme, že impulzná odpoveď filtra je obmedzená na prvých 16 vzoriek!



# Filtrácia (ukážky)

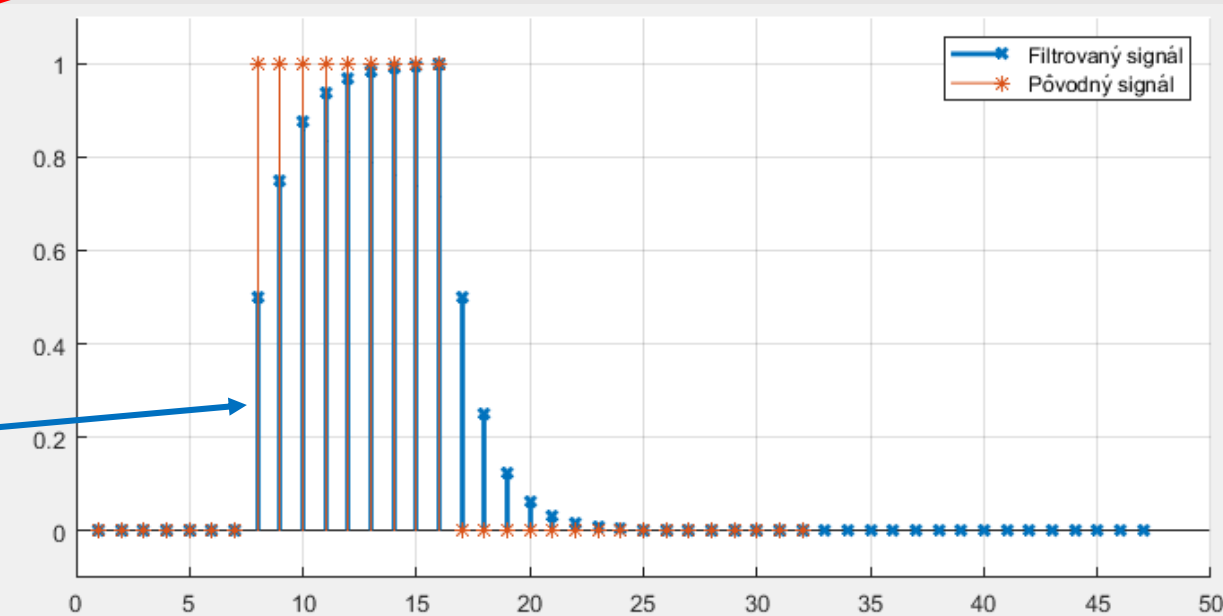
**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu! Filtrujte postupnosť vzoriek predstavujúcu neperiodický pravouhlý impulz s počtom vzoriek  $n = 32$ . Predpokladajme, že impulzná odpoveď filtra je obmedzená na prvých 16 vzoriek!



## Charakter DP filtra

Výsledný signál sa získa konvolúciou medzi vstupným signálom  $x[n]$  a impulznou odpoveďou  $g[n]$ .

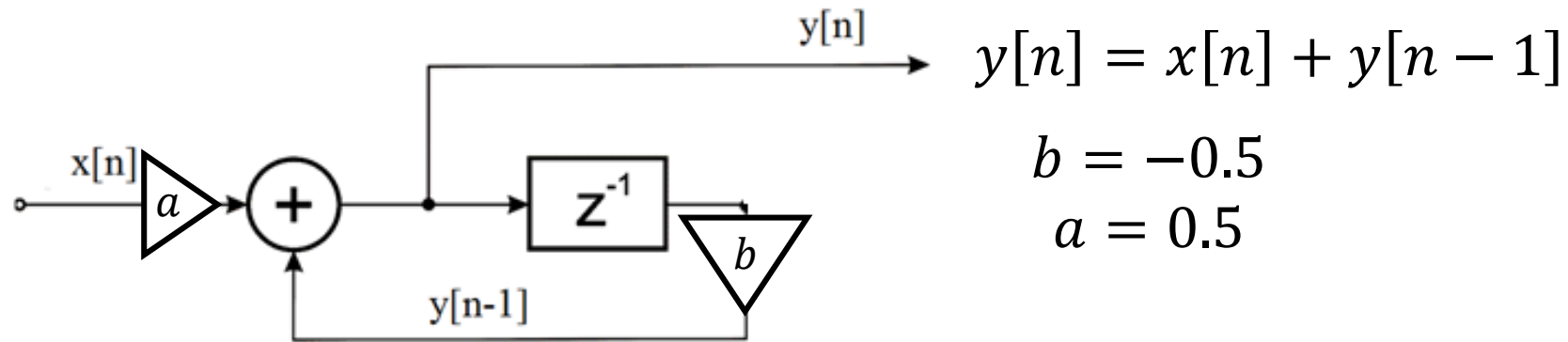
$$y[n] = x[n] * g[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)g(n - k)$$





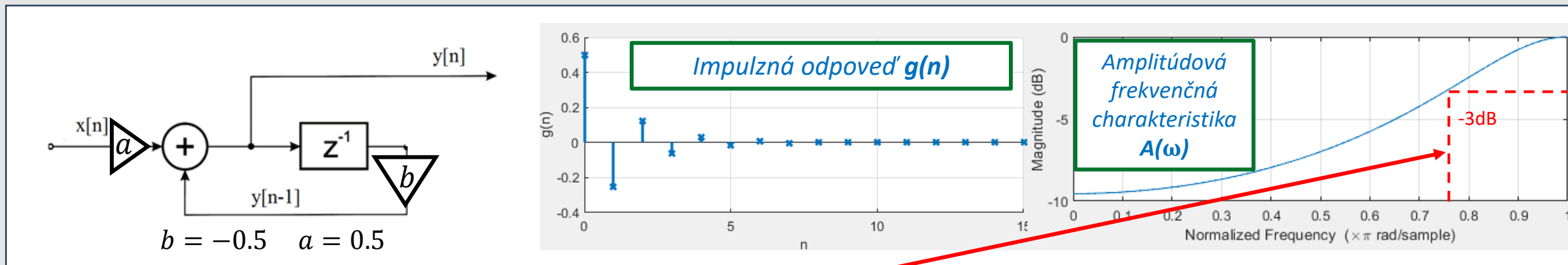
# Filtrácia (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu! Filtrujte postupnosť vzoriek predstavujúcu neperiodický pravouhlý impulz s počtom vzoriek  $n = 32$ . Predpokladajme, že impulzná odpoveď filtra je obmedzená na prvých 16 vzoriek!

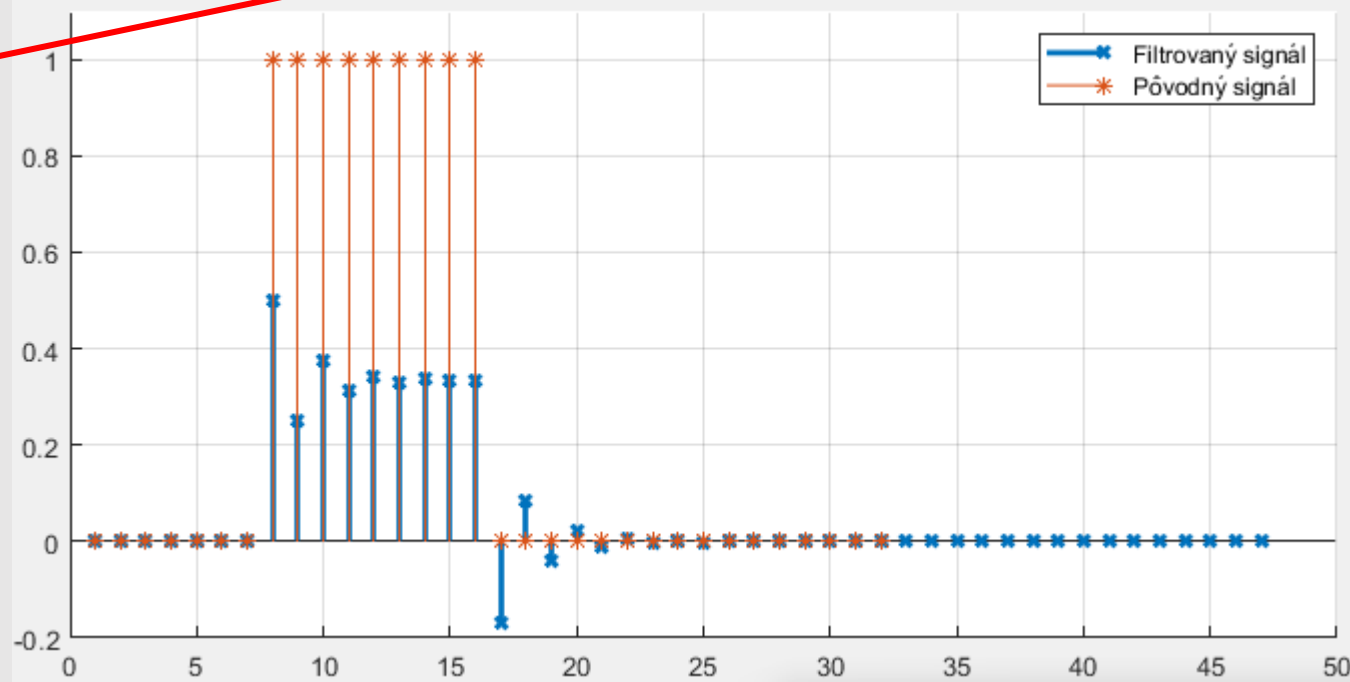


# Filtrácia (ukážky)

**Príklad:** Uvažujme FIR filter prvého rádu! Filtrujte postupnosť vzoriek predstavujúcu neperiodický pravouhlý impulz s počtom vzoriek  $n = 32$ . Predpokladajme, že impulzná odpoveď filtra je obmedzená na prvých 16 vzoriek!



Charakter HP filtra





# Číslicové spracovanie signálov

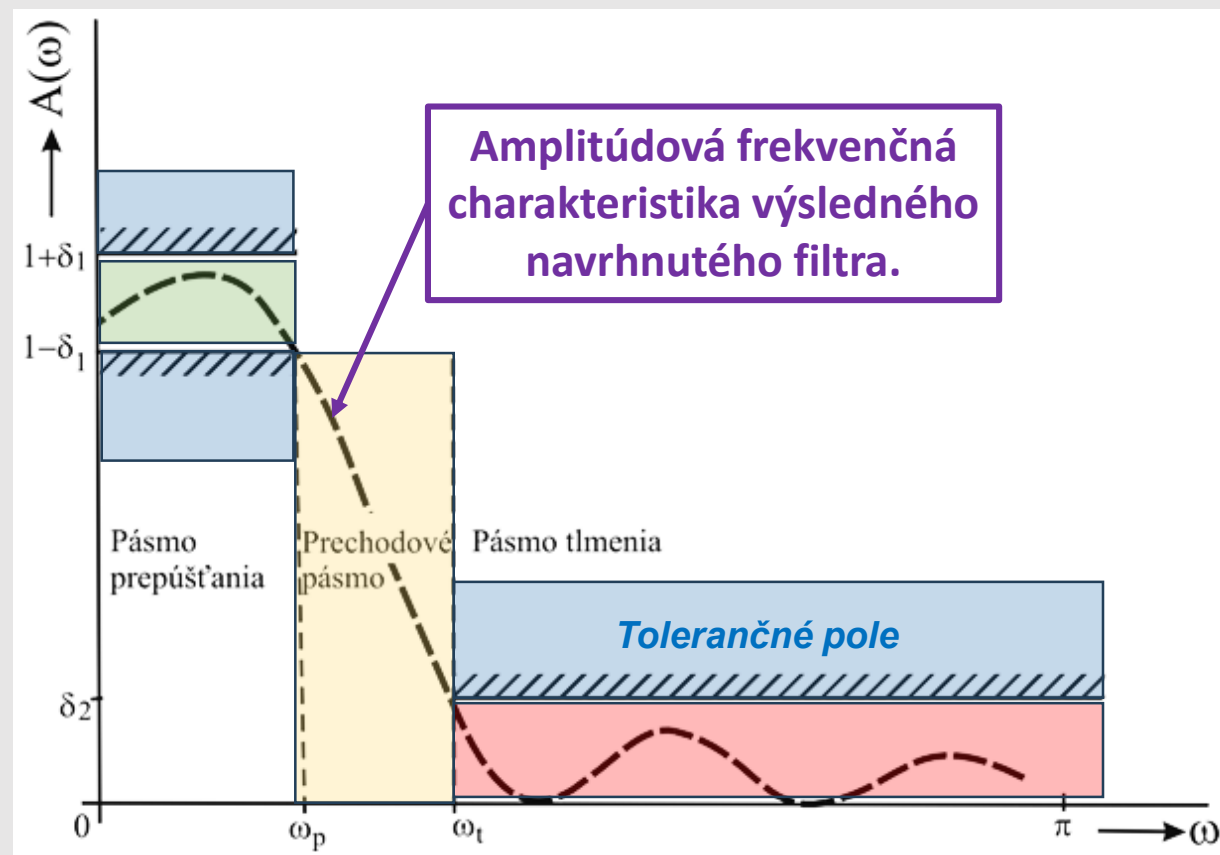
## Prednáška č. 3

- Aktualizácia
- Prenos a stabilita sústavy
- Frekvenčné charakteristiky ČF
- Zapojenia ČF
- **Úvod do syntézy ČF**

# Filtrácia - Úvod do syntézy ČF

**Pred návrhom ČF** je potrebné určiť **základné požiadavky na filter** (mal by niektoré frekvenčné pásma prepúšťať, iné tlmiť – preto je potrebné **presne špecifikovať** frekvencie signálu s požadovaným ziskom či tlmením).

Napríklad špecifikácie vlastnosti ČF pomocou **tolerančného poľa** pre dolnopriepustný číslicový filter:



# Filtrácia - Úvod do syntézy ČF

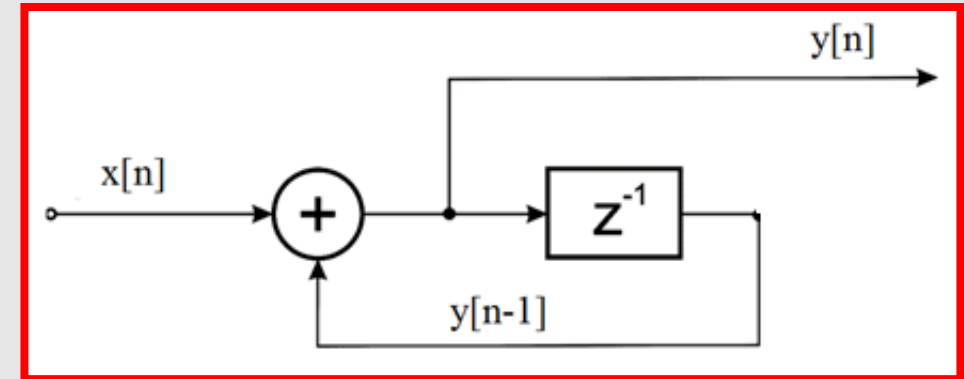
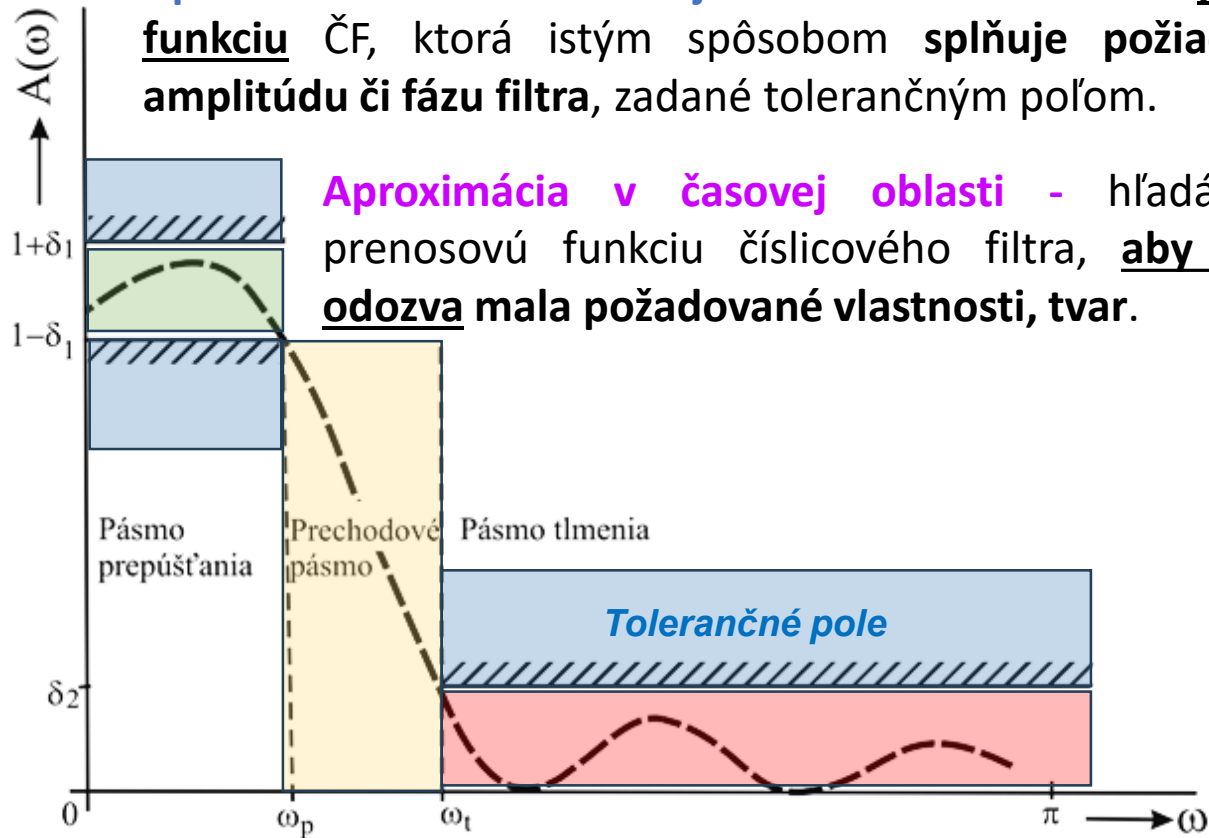
Syntéza ČF pozostáva z:

**Aproximačnej časti** – Nájdenie prenosovej funkcie  $G(z)$

**Realizačnej časti** – Nájdenie zapojenia ČF podľa  $G(z)$

**Aproximácia vo frekvenčnej oblasti** - hľadáme takú prenosovú funkciu ČF, ktorá istým spôsobom splňuje požiadavky na amplitúdu či fázu filtra, zadané tolerančným poľom.

**Aproximácia v časovej oblasti** - hľadáme takú prenosovú funkciu číslicového filtra, aby impulzná odozva mala požadované vlastnosti, tvar.



# Filtrácia - Úvod do syntézy ČF

Existuje mnoho prístupov k syntéze a realizácii ČF:

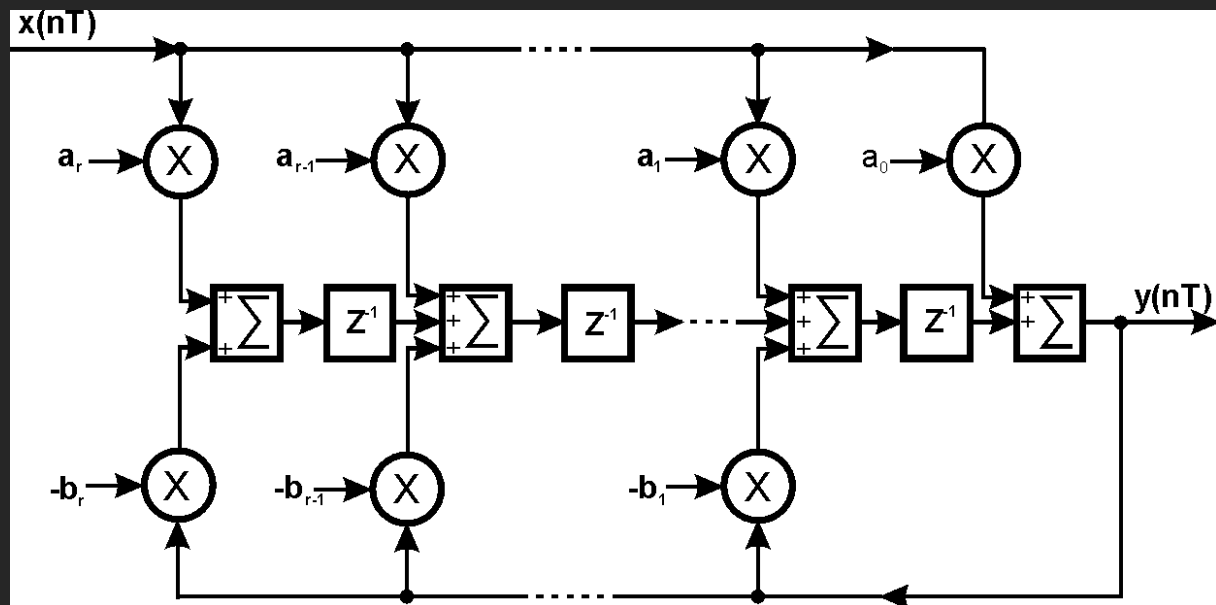
## Metódy syntézy rekurzívnych IIR ČF

- **metóda invariantnej impulznej charakteristiky** - Podstata metódy spočíva v rovnosti impulznej odozvy  $g[n]$  navrhovaného ČF IIR a charakteristiky získanej diskretizáciou impulznej odozvy  $g_a[t]$  príslušného analógového filtra (AF).
- **metóda bilineárnej transformácie** – Podstata metódy spočíva v prevode prenosovej funkcie AF (v priestore Laplaceovej transformácie) na prenosovú funkciu ČF (v priestore Z transformácie)
- **metóda numerického riešenia diferenciálnych rovníc** – spočíva v aproximácii derivácii, ktoré sa vyskytujú v diferencialnej rovnici popisujúcej AF, pomocou konečných diferencií.
- **metóda minimalizácie strednej kvadratickej chyby**
- **metóda inverzie**

## Metódy syntézy rekurzívnych FIR ČF

- **metóda diskretných oknových funkcií**
- **metóda frekvenčnej diskretizácie**

Ďakujem za pozornosť!



**Nabudúce:**

- Syntéza IIR filtrov
- Syntéza FIR filtrov
- Realizácia ČF

