



Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 2

- **Parametre obrazu**
- Korelácia obrazov
- Konvolúcia obrazov
- Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre
- Filtrácia obrazov

Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

- Rozlíšenie
- Počet obrazových prvkov
- Počet všetkých jasových úrovní
- Histogram
- Pravdepodobnostná tabuľka
- Kumulačná funkcia
- Distribučná funkcia
- Stredná hodnota
- Disperzia
- Smerodajná odchýlka
- Modus
- Medián

Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Rozlíšenie

Obraz je matica obrazových prvkov s rozmerom $L_1 \times L_2$

$$X = \begin{bmatrix} x_{0,0} & x_{0,1} & \dots & & x_{0,L2} \\ x_{1,0} & \ddots & & & \\ \vdots & & x_{i,j} & & \\ & & & \ddots & \\ x_{L1,0} & & & & x_{L1,L2} \end{bmatrix}$$

Počet obrazových prvkov

$$N = L_1 L_2$$

V súčasnosti sa často stretávame s pojmom megapixel. Ide o komerčné označenie počtu obrazových prvkov. Ak obraz má 1 Mpx znamená to, že počet prvkov obrazu $N = 10^6$ op.

Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Počet všetkých jasových úrovní

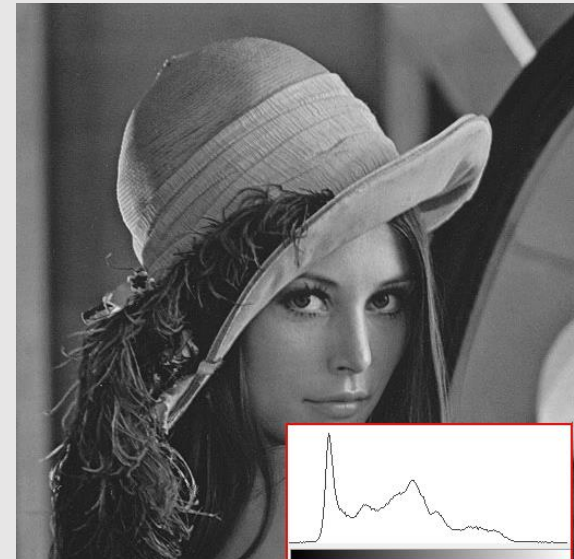
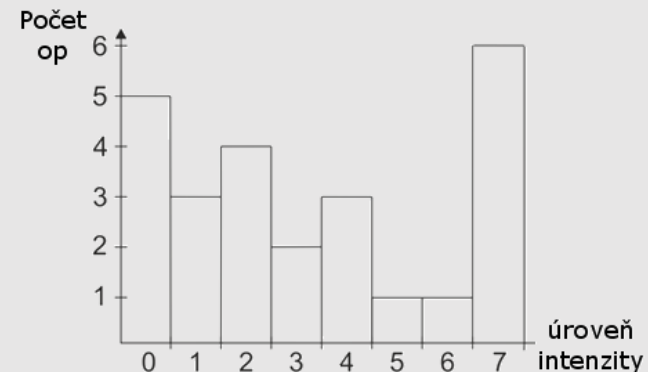
Predstavuje počet úrovní, ktoré je možné v obraze s danou bitovou hĺbkou n (bitov) zobrazit'.
Např. $G = 2^n = 2^8 = 256$

Histogram

Histogram vyjadruje počet op s danou hodnotu jasu. Histogram je graf, ktorý má na horizontálnej osi vynesenu hodnotu jasu a na vertikálnej osi počet výskytov op s danou hodnotou jasu. Tiež ho možno vyjadriť ako vektor

$$\bar{H} = [N_0, N_1, N_2, N_3, \dots, N_{G-1}]^T$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 6 | 4 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 7 |
| 5 | 1 | 2 | 7 | 7 |
| 4 | 2 | 7 | 7 | 7 |



Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Pravdepodobnostná tabuľka

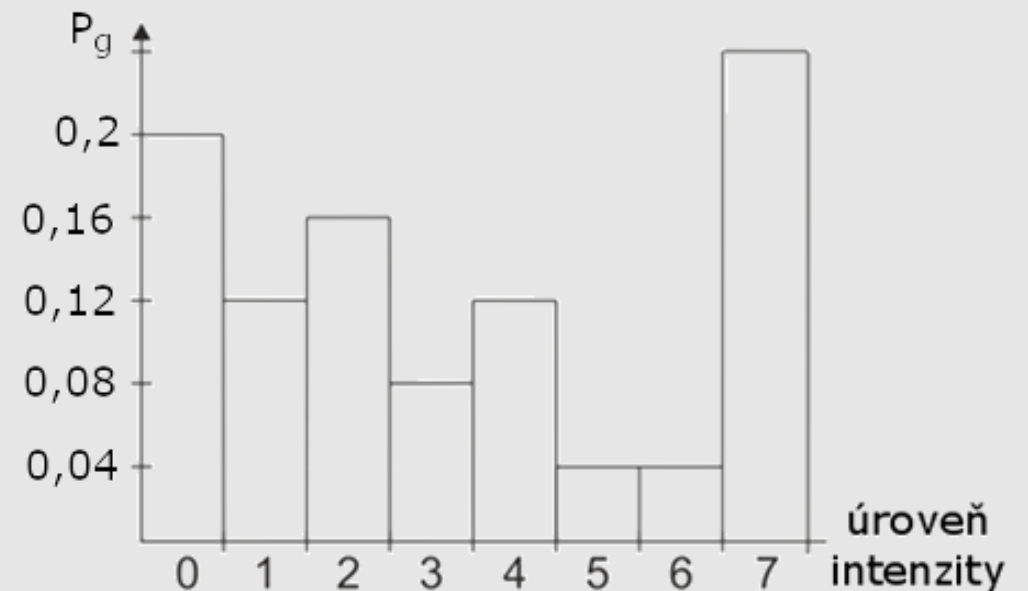
Vyjadruje pravdepodobnosť výskytu jednotlivých jasových úrovní P_g . Je to vlastne histogram normovaný počtom prvkov

$$\bar{P} = \frac{1}{N} \bar{H} = [P_0, P_1, P_2, P_3, \dots, P_{G-1}]^T$$

$$\sum_{g=0}^{G-1} P_g = 1$$

| g | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-------|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| P_g | 0,2 | 0,12 | 0,16 | 0,08 | 0,12 | 0,04 | 0,04 | 0,24 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 6 | 4 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 7 |
| 5 | 1 | 2 | 7 | 7 |
| 4 | 2 | 7 | 7 | 7 |



Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Kumulačná funkcia

Reprezentuje ju vektor, ktorého zložky tvoria hodnoty súčtov počtu jednotlivých jasových úrovní N_g , zapísaný v tvare

$$\overline{KF} = \left[\sum_{g=0}^0 N_g \quad \sum_{g=0}^1 N_g \quad \sum_{g=0}^2 N_g \quad \cdots \quad \sum_{g=0}^{G-1} N_g \right]^T$$

$$\overline{KF} = [5, 8, 12, 14, 17, 18, 19, 25]^T$$

Distribučná funkcia

Distribučná funkcia je normovaná kumulačná funkcia zapísaná v tvare vektora, ktorého zložky sú súčty pravdepodobností jednotlivých jasových úrovní

$$\overline{DF} = \left[\sum_{g=0}^0 P_g \quad \sum_{g=0}^1 P_g \quad \sum_{g=0}^2 P_g \quad \cdots \quad \sum_{g=0}^{G-1} P_g \right]^T$$

$$\overline{DF} = [0.2, 0.32, 0.48, 0.56, 0.68, 0.72, 0.76, 1]^T$$

Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Stredná hodnota

Patrí medzi tzv. parametre polohy. V matematike sa označuje tiež ako **prvý moment**. Strednú hodnotu obrazu tvorí priemer súčtu všetkých jasových úrovní op obrazu

$$E(x) = \mu = \frac{1}{L_1 L_2} \sum_i^{L_1} \sum_j^{L_2} x_{i,j}$$

Disperzia

Patrí medzi parametre rozptylu a vypočíta sa ako stredná kvadratická hodnota z odchýlky od strednej hodnoty. V matematike sa často označuje pojmom **druhý moment**

$$D(x) = \sigma^2 = \frac{1}{L_1 L_2} \sum_i^{L_1} \sum_j^{L_2} [x_{i,j} - E(x)]^2$$

Parametre obrazu – štatistické parametre obrazu

Smerodajná odchýlka

Smerodajná odchýlka reprezentuje parameter, ktorý „hovori“ o tom ako veľmi sa vzorky obrazu v priemere odlišujú od strednej hodnoty. Vypočíta sa ako druhá odmocnina z disperzie.

$$\sigma = \sqrt{D(x)}$$

Modus

Predstavuje najpravdepodobnejšiu hodnota jasu

Medián

predstavuje prostrednú hodnotu, ktorá rozdeľuje súbor všetkých vzoriek na také dve časti, že počet hodnôt rovných alebo väčších ako medián sa rovná počtu hodnôt rovných alebo menších ako medián.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 6 | 4 | 2 |
| 3 | 1 | 3 | 2 | 7 |
| 5 | 1 | 2 | 7 | 7 |
| 4 | 2 | 7 | 7 | 7 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Op. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| Pč. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | 11. | 12. | 13. | 14. | 15. | 16. | 17. | 18. | 19. | 20. | 21. | 22. | 23. | 24. | 25. |



Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 2

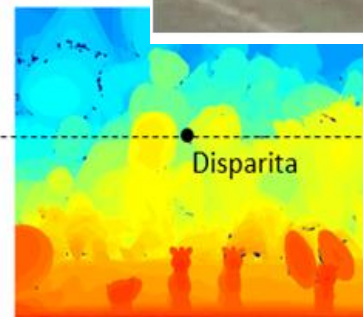
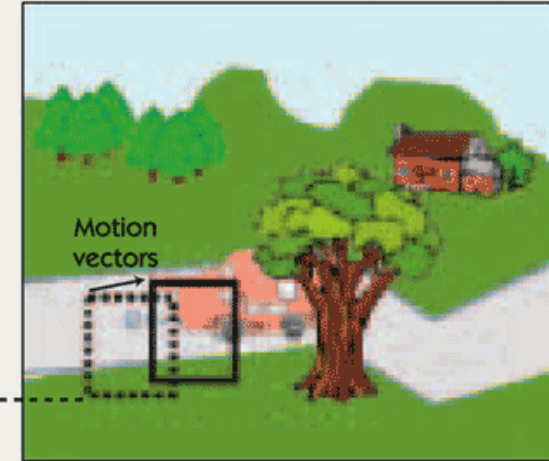
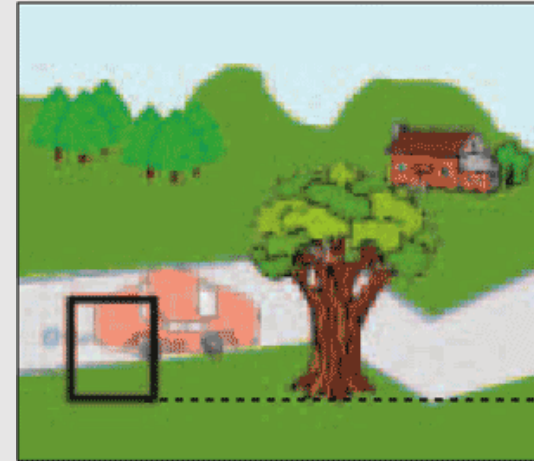
- Parametre obrazu
- **Korelácia obrazov**
- Konvolúcia obrazov
- Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre
- Filtrácia obrazov

Korelácia obrazov - úvod

Pod pojmom korelácia rozumieme mieru podobnosti

Široké spektrum využitia

- Identifikácia objektov v obrazoch
- Kontrola kvality výroby
- Generovanie hĺbkových máp
- *Mnoho ďalších ...*

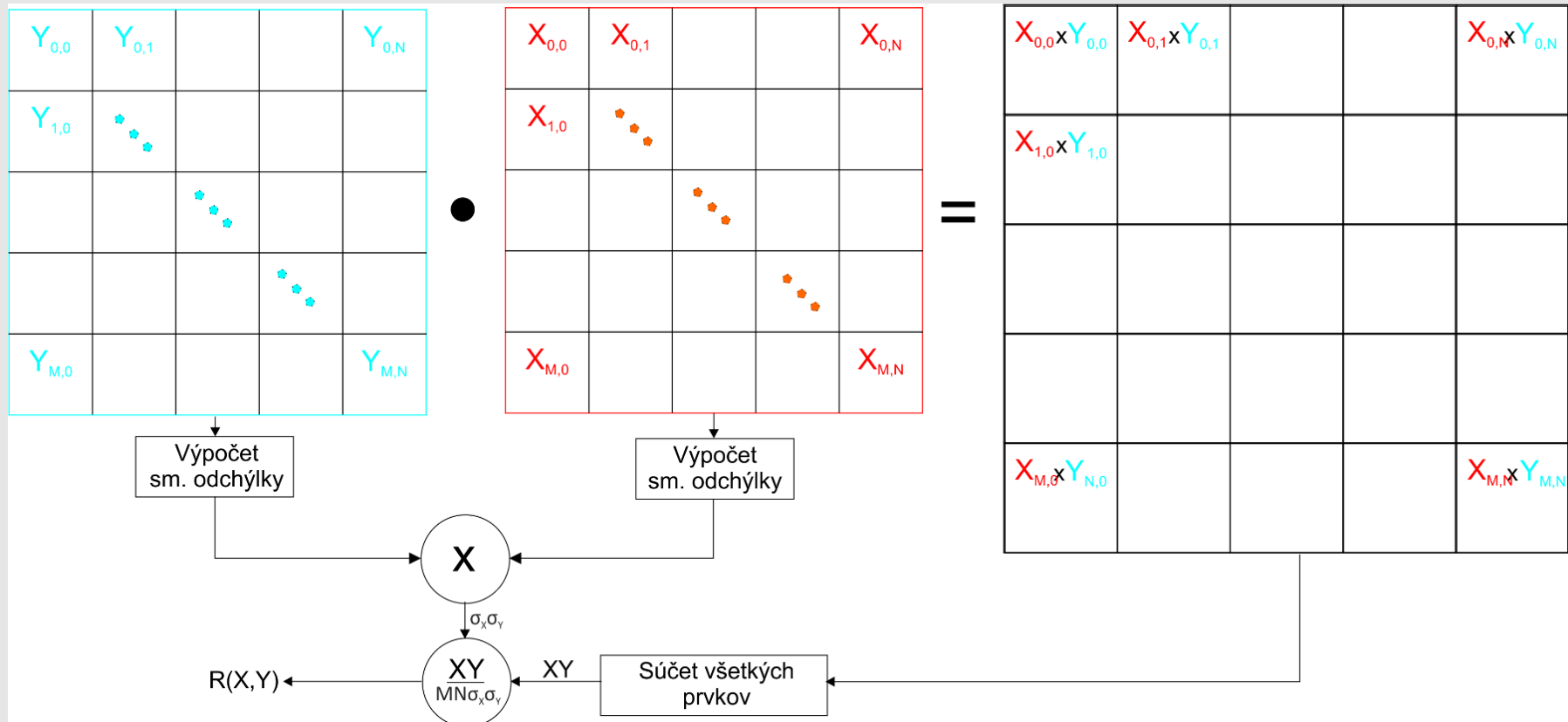


Ľavá stereo snímka

Pravá stereo snímka

Disparitná mapa

Korelácia obrazov - Normovaný korelačný moment



Normovaný korelačný moment

- uvažujme dva obrázky X a Y , každý s rozmerom $M \times N$ op
- sám o sebe nemá veľmi veľkú výpovednú hodnotu, pretože môže nadobudnúť ľubovoľnú hodnotu.

$$R(X, Y) = \frac{1}{MN} \frac{1}{\sigma_X \sigma_Y} \sum_i \sum_j X_{ij} Y_{ij}$$

Korelácia obrazov - Normovaný kovariančný moment

- Pre účely porovnávania obrazov je vhodnejší ako norm. korelačný moment
- Nadobúda hodnoty iba z uzatvoreného intervalu $\langle -1, 1 \rangle$
- -1 obrazy sú opačné (invertované)
- 0 obrazy sú maximálne dekorelované (vôbec sa nepodobajú)
- 1 obrazy sú totožné (maximálna miera podobnosti)
- **korelačný ako aj kovariančný moment sú skaláre**
- **Pozor na anglickú literatúru! → koeficient korelácie (correlation coefficient)**

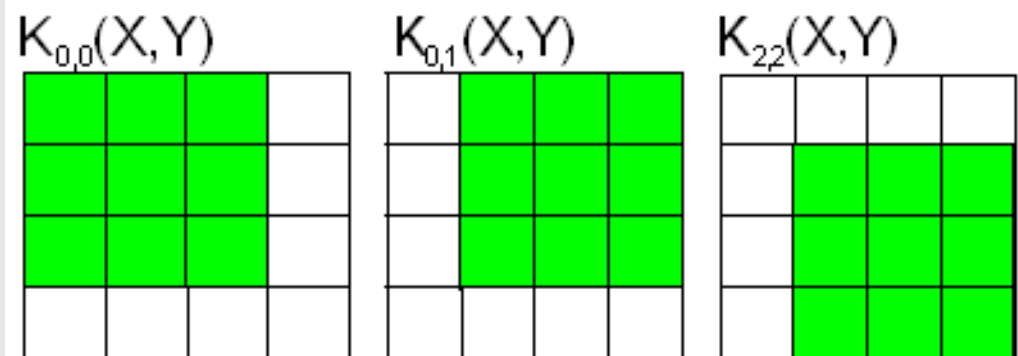
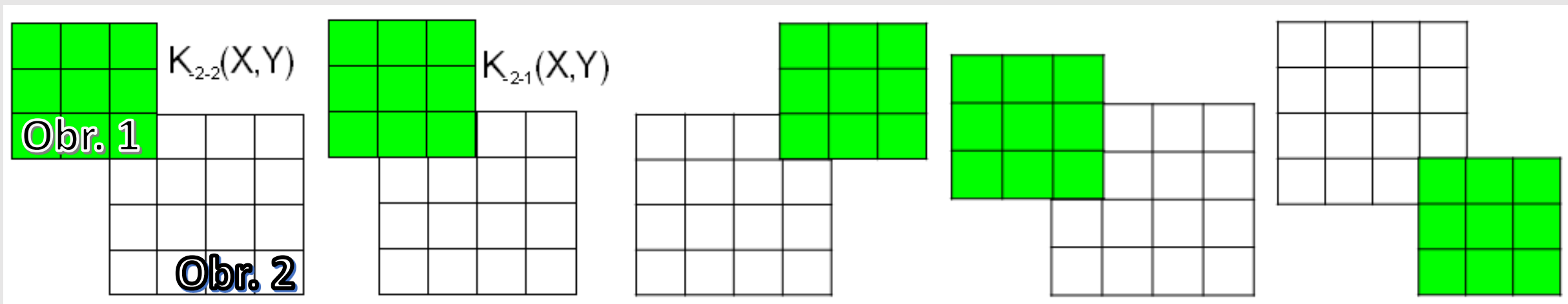
Normovaný kovariančný moment

- uvažujme dva obrazy X a Y , každý s rozmerom $M \times N$ op
- $E(X)$ a $E(Y)$ sú stredné hodnoty obrazov X a Y

$$K(X, Y) = \frac{1}{MN\sigma_X\sigma_Y} \sum_i \sum_j (X_{ij} - E(X))(Y_{ij} - E(Y))$$

Korelácia obrazov - Vzájomná kovariancia

- Výsledkom vzájomnej kovariancie obrazov je matica
- Vzhľadom na hranice obrazu môžeme aplikovať 2 prístupy ku korelácii



$$K_{u,v}(X, Y) = \frac{1}{MN\sigma_X\sigma_Y} \sum_i \sum_j (X_{u+i,v+j} - E(X))(Y_{i,j} - E(Y))$$

Korelácia obrazov - Vzájomná kovariancia

Obraz Y

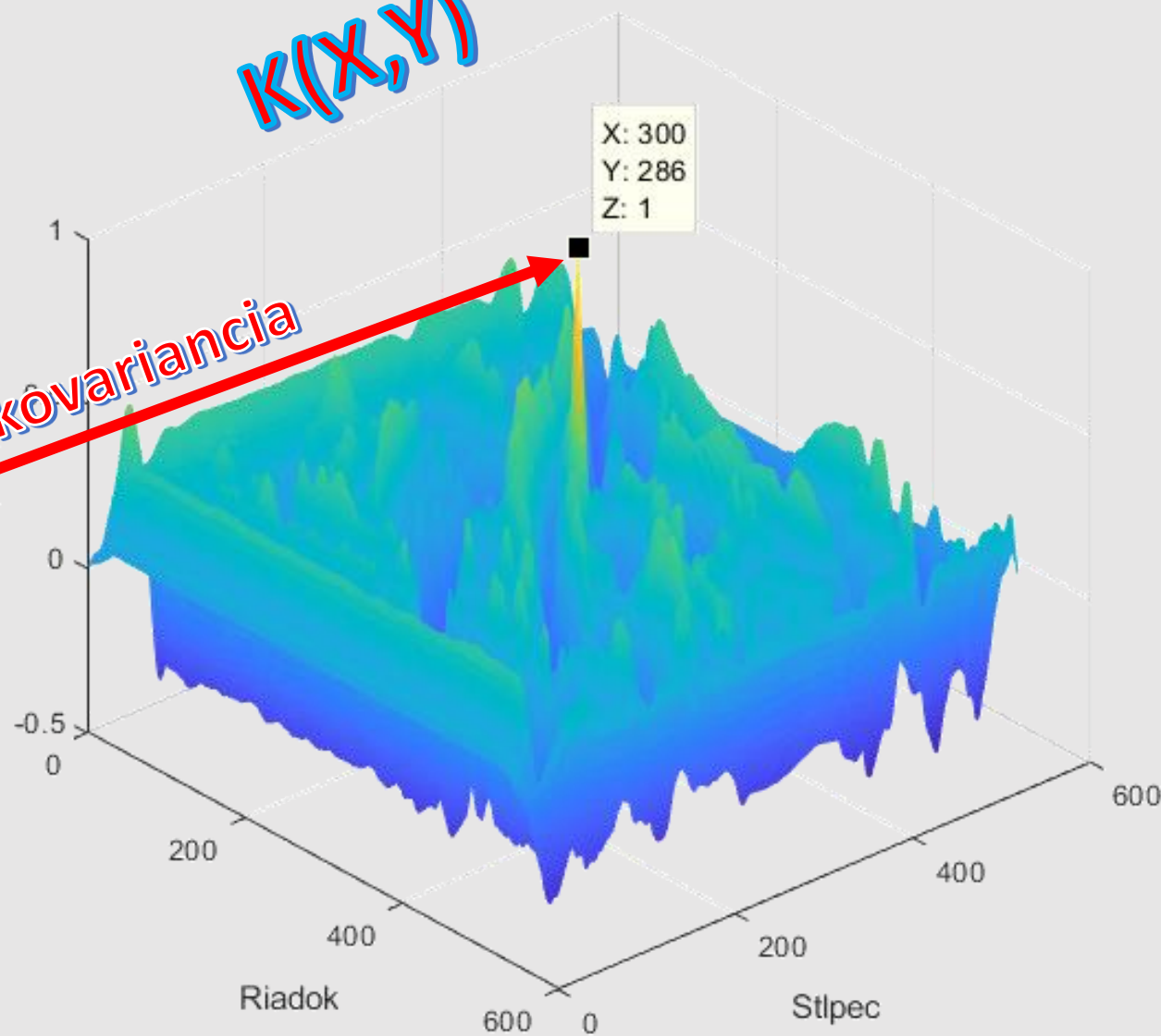


Obraz X



$K(X, Y)$

Maximálna kovariancia





Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 2

- Parametre obrazu
- Korelácia obrazov
- **Konvolúcia obrazov**
- Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre
- Filtrácia obrazov

Konvolúcia obrazov

- Matematická operácia
- V spojení so spektrálnou analýzou umožňuje vyjadrenie vplyvu násobenia signálov vo frekvenčnej oblasti na ich podobu v časovej oblasti a naopak
- Ak sa násobia spektra dvoch signálov, potom v časovej oblasti prebieha ich konvolúcia
- **výstupná postupnosť bude v oboch smeroch predĺžená**

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

$h(n_1, n_2)$



Otočenie
okolo n_2 osi

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

$h(n_1, -n_2)$



Otočenie okolo
 n_1 osi

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

$h(-n_1, -n_2)$

Zápis konvolúčnej sumy

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) = \\ = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} x(i, j) h(i - n_1, j - n_2)$$

Signál h je nielen posunutý o i a j vzoriek, ale je navyše aj otočený. Otočením signálu $h(n_1, n_2)$ v horizontálnom aj vertikálnom smere získame signál $h(-n_1, -n_2)$.

Pri výpočte konvolúcie nezáleží na tom ktorý z dvoch signálov (obrazov) je otočený!

Vzťah medzi časovou a spektrálnou oblasťou

$$x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \stackrel{FT}{\Leftrightarrow} X(j\omega)H(j\omega)$$

Konvolúcia obrazov - Príklad

Príklad:

Vypočítajte konvolúciu obrazu $x(n_1, n_2)$ a obrazu $h(n_1, n_2)$.

| | | | | |
|-----|-----|----|----|-----|
| 25 | 100 | 75 | 49 | 130 |
| 50 | 80 | 0 | 70 | 100 |
| 5 | 10 | 20 | 30 | 0 |
| 60 | 50 | 12 | 24 | 32 |
| 37 | 53 | 55 | 21 | 90 |
| 140 | 17 | 0 | 23 | 222 |

$x(n_1, n_2)$

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

$h(n_1, n_2)$

Riešenie:

Najprv je potrebné jeden z obrazov otočiť okolo horizontálnej aj vertikálnej osi. Zvyčajne sa táto operácia vykoná na „jednoduchšom“ obraze.

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |

$h(n_1, n_2)$



Otočenie
okolo n_2 osi

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |

$h(n_1, -n_2)$



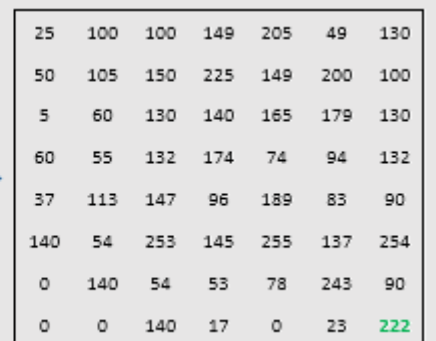
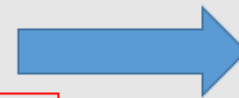
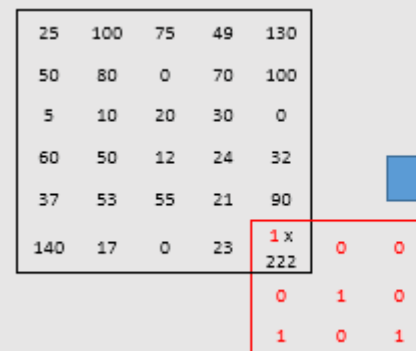
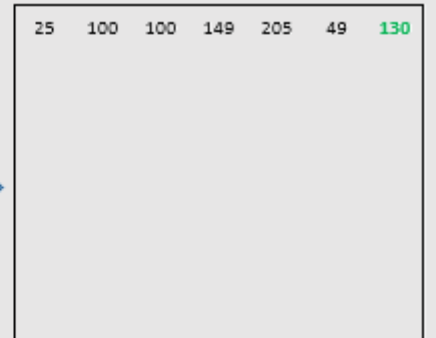
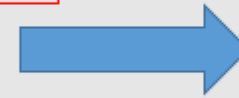
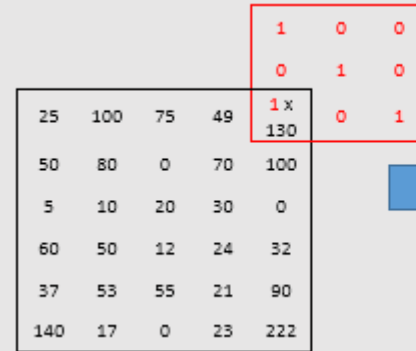
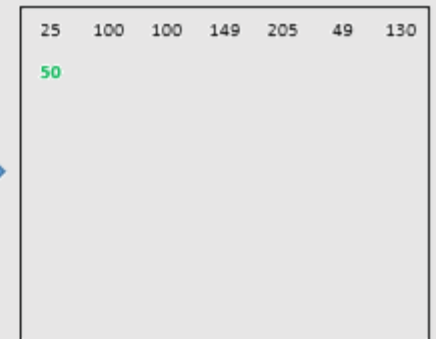
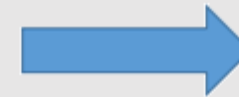
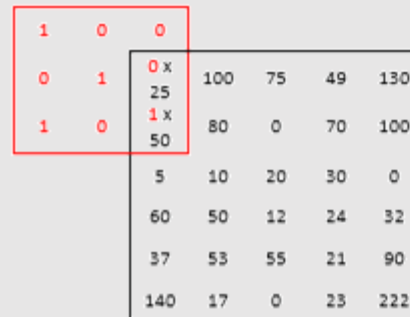
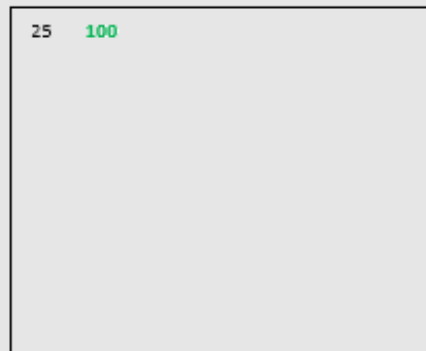
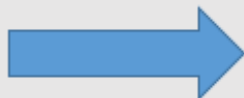
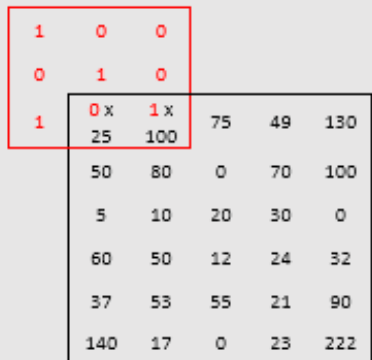
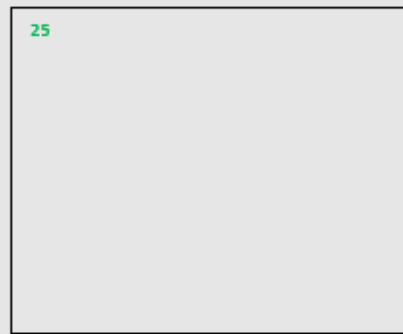
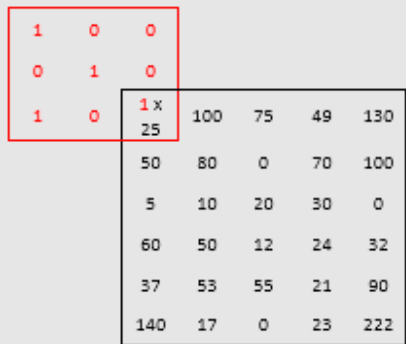
Otočenie okolo
 n_1 osi

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

$h(-n_1, -n_2)$

Konvolúcia obrazov – Príklad (pokračovanie)

Následne otočenú verziu obrazu $h(n_1, n_2)$ posúvame cez obraz $x(n_1, n_2)$ a vypočítavame sumu súčinov prekrytých častí obrazov. Začínáme v ľavom hornom a končíme v pravom dolnom rohu obrazu $x(n_1, n_2)$.



Konvolúcia obrazov – Predspracovanie obrazov

- Rozmer výstupného obrazu je väčší ako bol rozmer vstupného obrazu.
 - Pôvodná veľkosť bola 5 x 5 op.
 - Veľkosť po konvolúcii je 7 x 7 op.

| | | | | |
|-----|-----|----|----|-----|
| 25 | 100 | 75 | 49 | 130 |
| 50 | 80 | 0 | 70 | 100 |
| 5 | 10 | 20 | 30 | 0 |
| 60 | 50 | 12 | 24 | 32 |
| 37 | 53 | 55 | 21 | 90 |
| 140 | 17 | 0 | 23 | 222 |



| | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 25 | 100 | 100 | 149 | 205 | 49 | 130 |
| 50 | 105 | 150 | 225 | 149 | 200 | 100 |
| 5 | 60 | 130 | 140 | 165 | 179 | 130 |
| 60 | 55 | 132 | 174 | 74 | 94 | 132 |
| 37 | 113 | 147 | 96 | 189 | 83 | 90 |
| 140 | 54 | 253 | 145 | 255 | 137 | 254 |
| 0 | 140 | 54 | 53 | 78 | 243 | 90 |
| 0 | 0 | 140 | 17 | 0 | 23 | 222 |

- Dá sa ukázať, že veľkosť obrazu v horizontálnom (M) a vertikálnom (N) smere po konvolúcii je rovná súčtu veľkosti oboch obrazov pred konvolúciou mínus 1.

$$\begin{aligned} N_{konv} &= N_x + N_h - 1 \\ M_{konv} &= M_x + M_h - 1 \end{aligned}$$

- Pre praktické aplikácie je častokrát nutné aby výstupný obraz mal veľkosť rovnakú ako obraz vstupný.
- Orezanie obrazu vedie k strate informácie a energetickému neprispôsobeniu
- **Pred konvolúciou je obraz potrebné predspracovať → Rozšírenie obrazu**

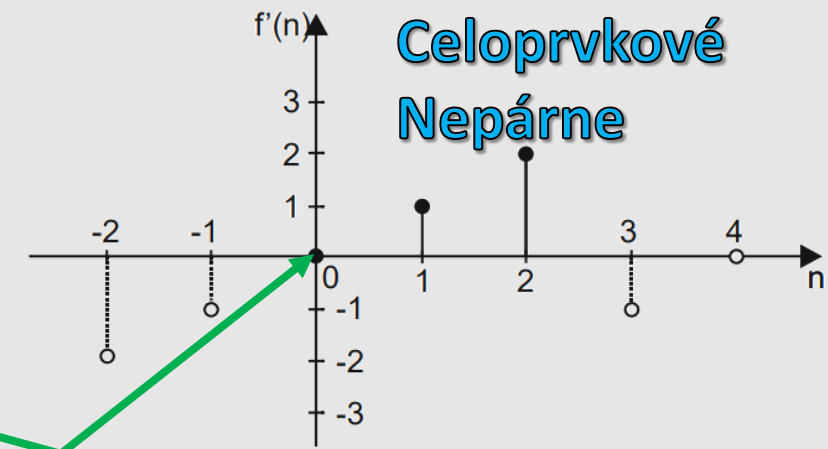
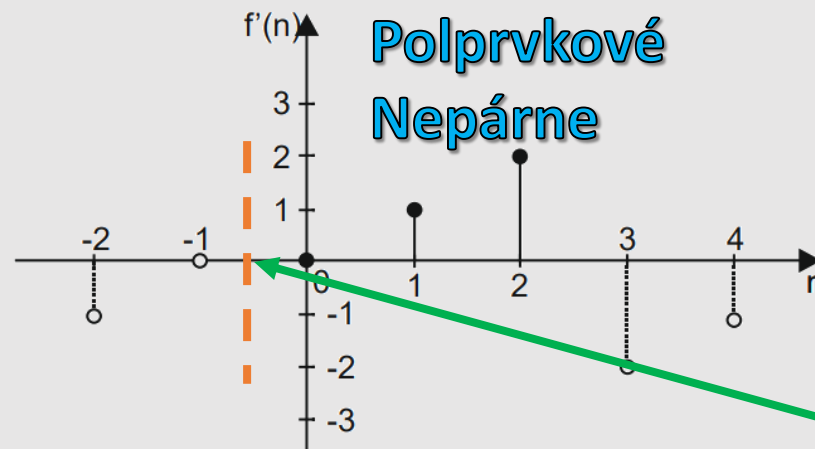
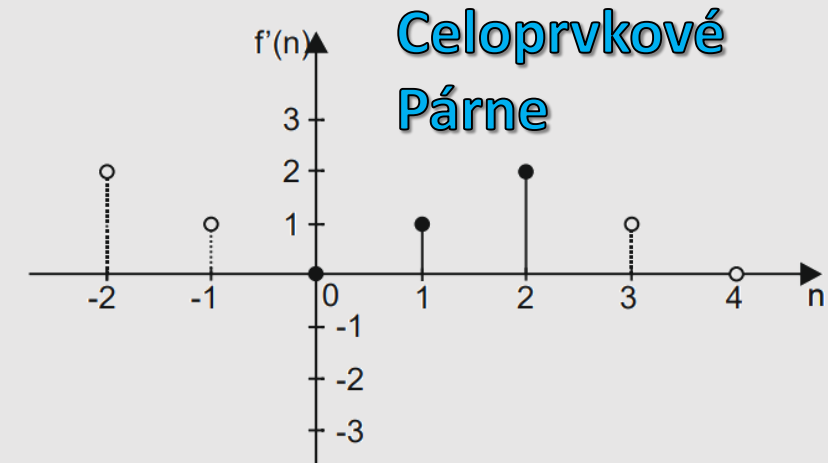
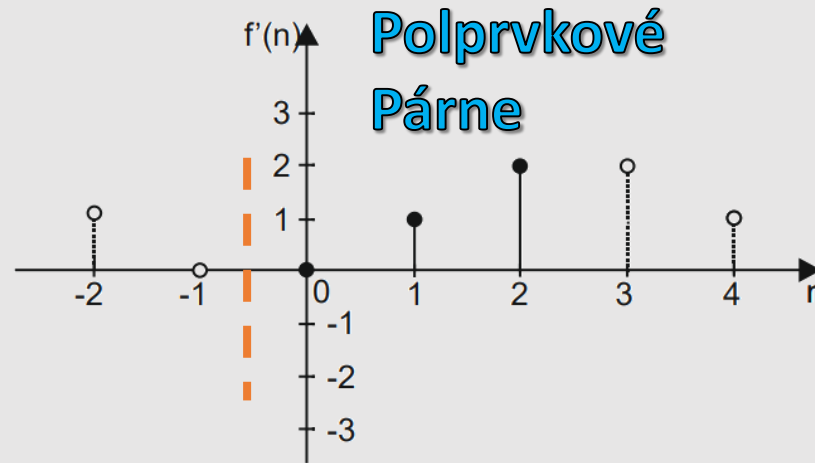
Konvolúcia obrazov – Predspracovanie obrazov

Rozšírenie obrazu

Umožňuje orezanie obrazu po konvolúcii. Pritom nedochádza k energetickému neprispôsobeniu (hrany, na okrajoch obrazu)

Rozlišujeme

- Polprvkové
- Celoprvkové
- Párne (symetrické)
- Nepárne (antisymetrické)



Bod symetrie



Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 2

- Parametre obrazu
- Korelácia obrazov
- Konvolúcia obrazov
- **Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre**
- Filtrácia obrazov

Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre

- Tak ako pri číslicovom spracovaní signálov a pri spracovaní obrazov je často krát potrebné obraz transformovať do spektrálnej oblasti.
- K tomuto účelu sa v závislosti od požiadaviek aplikácie používajú rôzne Diskrétne Ortogonálne Transformácie (KLT, DCT, DHT, DWHT, DWT, DFT ...).

Diskrétna Fourierova transformácia (DFT)

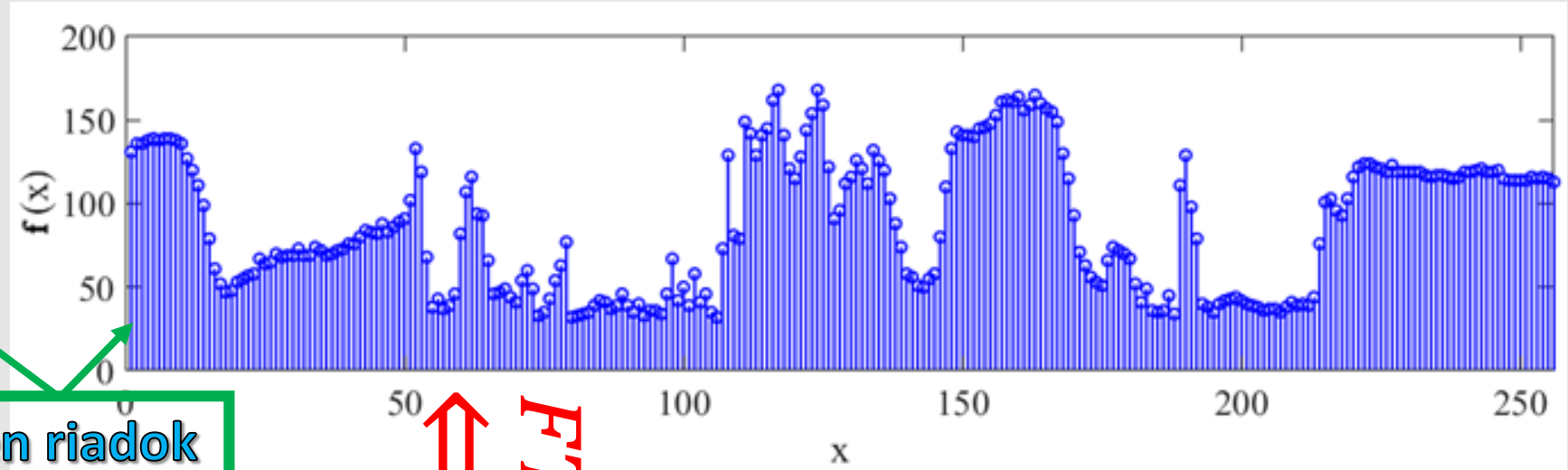
- V oblasti číslicového spracovania obrazov sa spravidla stretávame so spektrálnou analýzou založenou na **DFT** resp. jej **rýchlej** implementácií - **FFT (Fast Fourier Transform)**
- Výsledkom FFT sú komplexné spektrálne koeficienty, ktoré majú **reálnu** a **imaginárnu zložku**.
- Reálna časť predstavuje amplitúdy **kosínusových** zložiek a imaginárna časť predstavuje **sínusové** zložky signálu.
- Iba polovica spektrálnych koeficientov, z intervalu $\langle 0, \pi \rangle$, nesie informáciu, tá druhá, z intervalu $\langle -\pi, 0 \rangle$ je zrkadlovo obrátená kópia spektra
- Z praktických dôvodov zvyčajne uvažujeme absolútnu hodnotu spektra, teda **modulové spektrum**
- DFT má **separovateľné jadro**, potom pre získanie spektra celého obrazu je potrebné vykonať FFT pre každý riadok a následne takto transformovaný obraz transformovať po stĺpcoch

$$F(x) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-\frac{j2\pi}{N}xn} \right| = \left| \sum_{n=0}^{N-1} f_n \left[\cos\left(\frac{2\pi}{N}xn\right) - j\sin\left(\frac{2\pi}{N}xn\right) \right] \right|$$

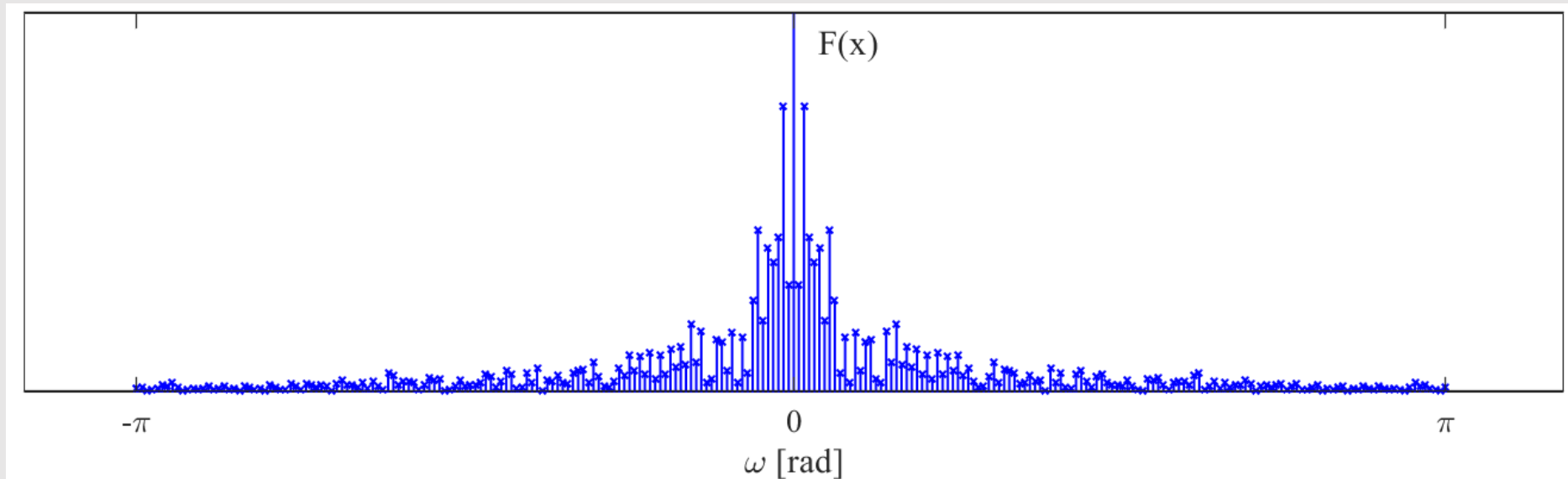
Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre



Jeden riadok

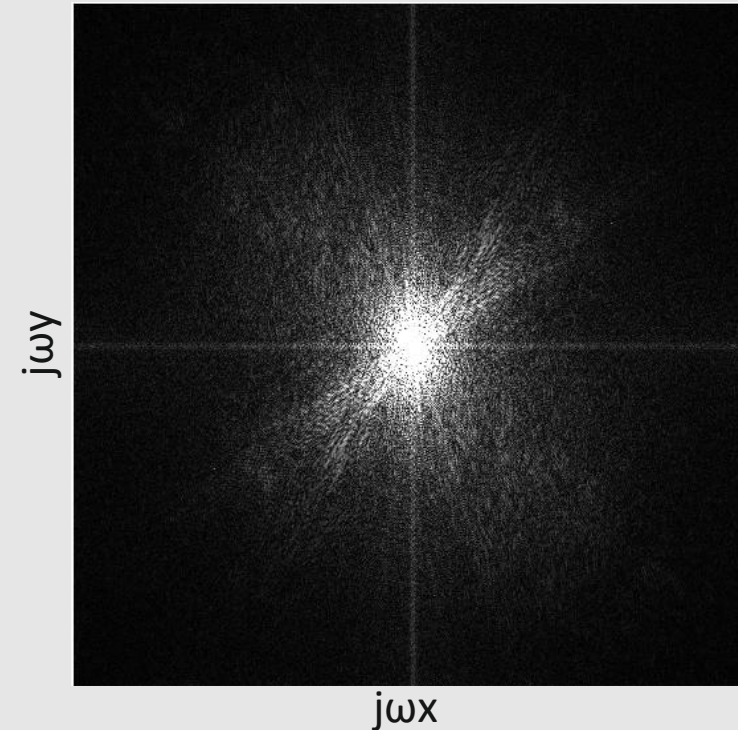
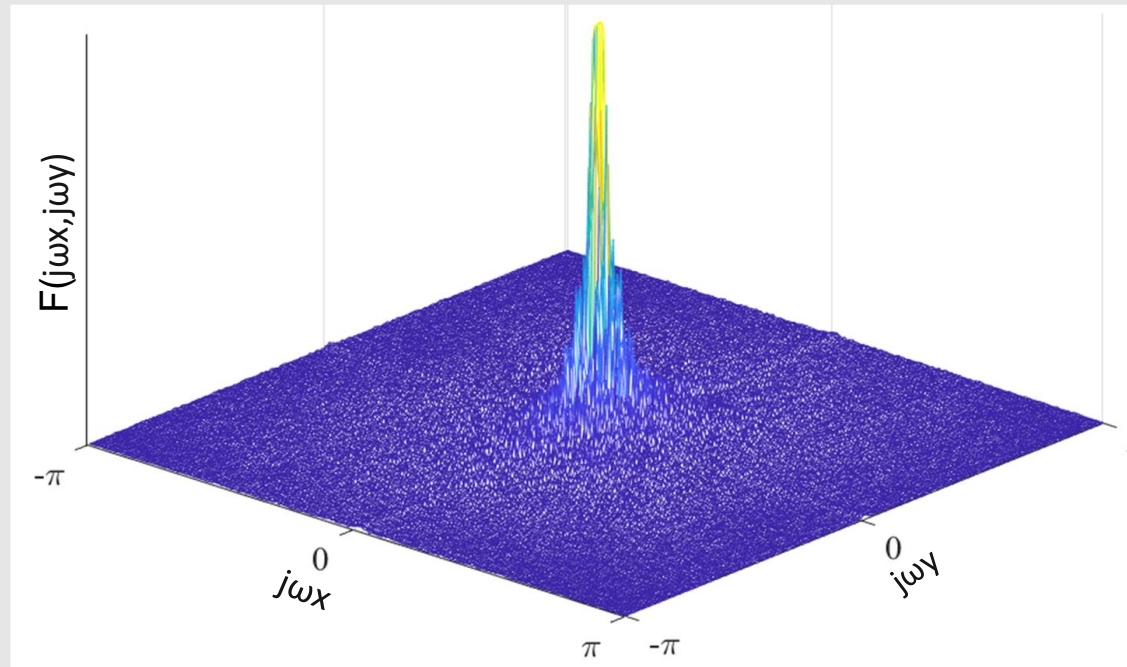


FT



Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre

Modulové Spektrum obrazu je možné zobrazíť buď formou 3D grafu alebo v 2D pomocou intenzity jasú



Priamy výpočet modulového spektra DFT
(za predpokladu, že obraz je štvorcového tvaru)

$$F(x, y) = \left| \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} f_{i,k} e^{-\frac{j2\pi}{N}(xi+yk)} \right|$$

Častejšie stretávame s maticovým zápisom

$$F = \frac{1}{U_1 U_2} U \cdot f \cdot U^T$$

U – transformačné jadro

$U_1 U_2$ – konštanty pre zachovanie ortonormality



Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 2

- Parametre obrazu
- Korelácia obrazov
- Konvolúcia obrazov
- Reprezentácia obrazu vo frekvenčnom spektre
- **Filtrácia obrazov**

Filtrácia Obrazov

Pod pojmom filtrácia obrazu budeme rozumieť taký proces aplikovaný na vstupný obraz, výsledkom ktorého je obraz so zmenenými vlastnosťami.

Táto zmena sa prejavuje ako v časovej, resp. priestorovej oblasti, tak aj vo frekvenčnej oblasti.

- Dolno-priepustná filtrácia (DP)
- Horno-priepustná filtrácia (HP)
- Pásmovo-priepustná filtrácia (PP)
- Filtrácia šumu rôzneho charakteru (Gaussov, impulzný, biely ...)
- Hranová detekcia
- Iné

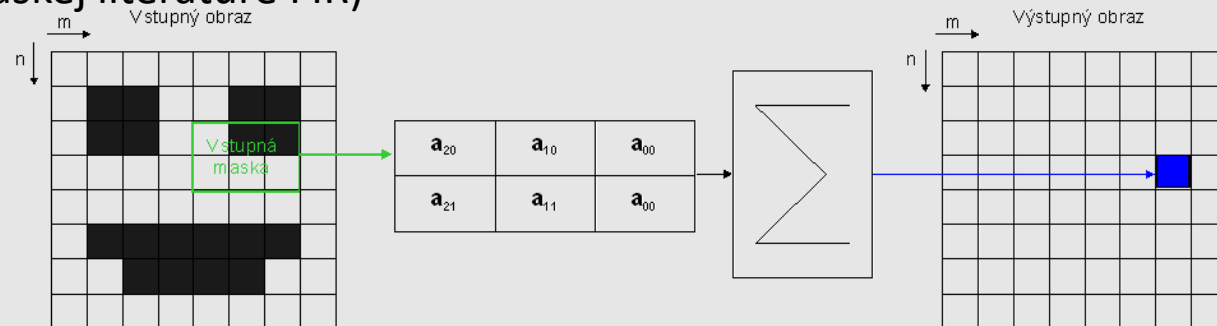
Filtrácia je dosiahnutá **konvolúciou** vstupného obrazu a impulznej odpovede zvoleného filtra. Vo frekvenčnej oblasti sa to potom prejaví ako násobenie spektra obrazu $X(j\omega)$ a frekvenčnej prenosovej funkcie filtra $H(j\omega)$.

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} x(i, j) h(i - n_1, j - n_2) \stackrel{FT}{\Leftrightarrow} X(j\omega) H(j\omega)$$

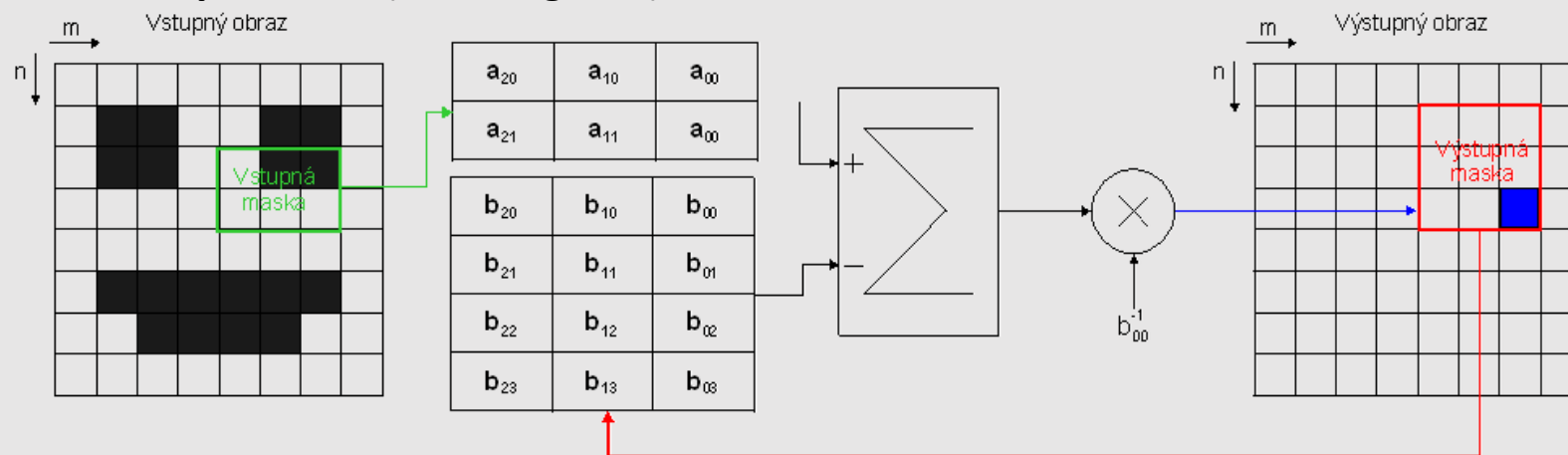
Filtrácia Obrazov

Podľa dĺžky impulznej odpovede filtre delíme na:

- s konečnou impulznou odpoveďou (KIO, resp. v anglosaskej literatúre FIR)



- s nekonečnou impulznou odpoveďou (NIO, angl. IIR)



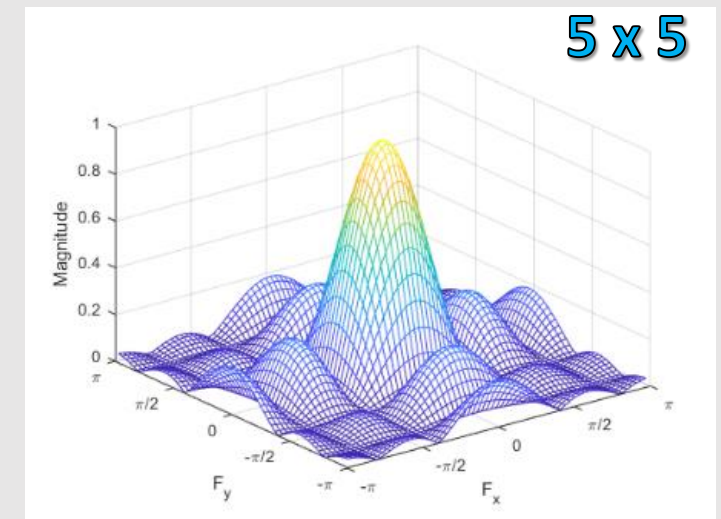
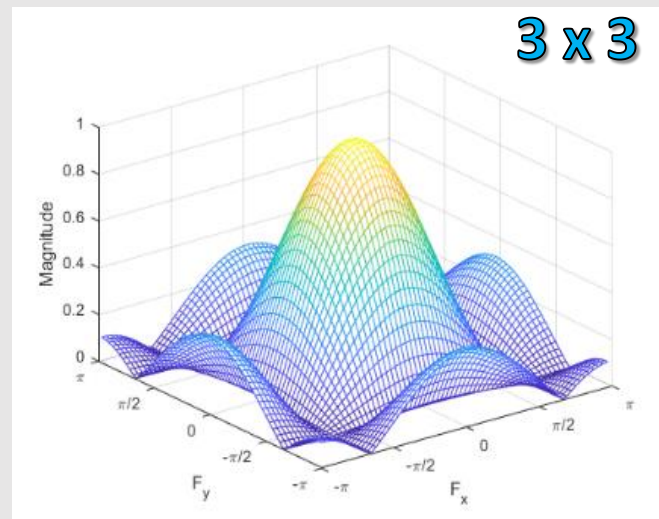
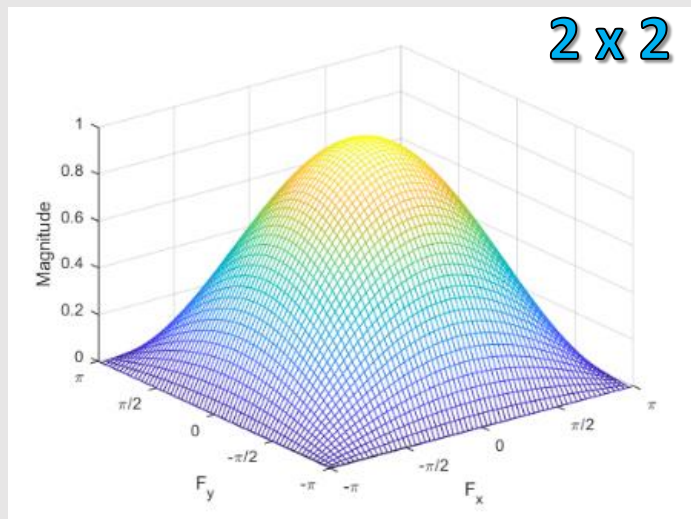
Je dôležité zabezpečiť, aby navrhovaný filter bol stabilný, teda aby sa nezmenil na oscilátor. Filter je stabilný, ak suma hodnôt vzoriek jeho impulzných odpovedí konverguje, teda je konečná.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} |h(n, m)| < \infty$$

Filtrácia Obrazov - odšumovanie - *Spriemerňovací filter*

- **DP filter**
- Odstránenie šumu, ktorého povaha je vysokofrekvenčná
- Podstata filtra spočíva vo výpočte strednej hodnoty zvoleného bloku
- Miera filtrácie je daná výlučne veľkosťou okna
- Čím je okno väčšie, tým je obraz výraznejšie filtrovaný
- Čím je rozmer okna väčší, tým je šírka preneseného frekvenčného pásma užšia
- Prenos filtra je normovaný na frekvencie z intervalu $\langle -\pi; \pi \rangle$

$$g = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad g = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad g = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

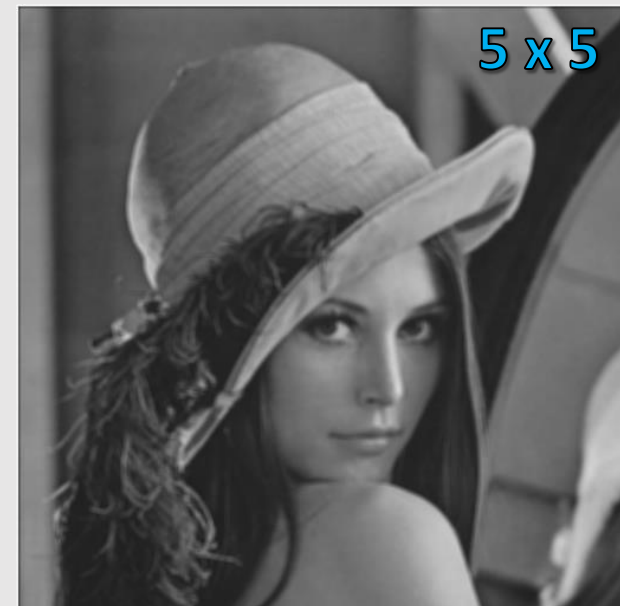
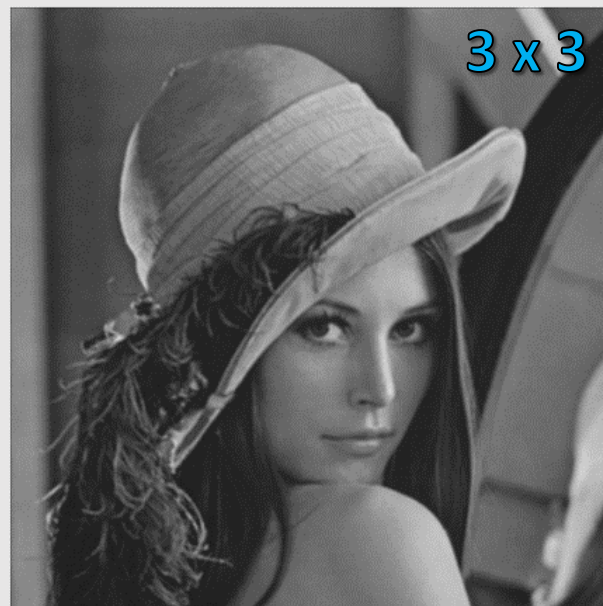


Filtrácia Obrazov - odšumovanie - *Spriemerňovací filter*

- **DP filter**
- Odstránenie šumu, ktorého povaha je vysokofrekvenčná
- Podstata filtra spočíva vo výpočte strednej hodnoty zvoleného bloku
- Miera filtrácie je daná výlučne veľkosťou okna

- Čím je okno väčšie, tým je obraz výraznejšie filtrovaný
- Čím je rozmer okna väčší, tým je šírka preneseného frekvenčného pásma užšia
- Prenos filtra je normovaný na frekvencie z intervalu $\langle -\pi; \pi \rangle$

$$g = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad g = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}; \quad g = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrazov - odšumovanie - *Gaussov filter*

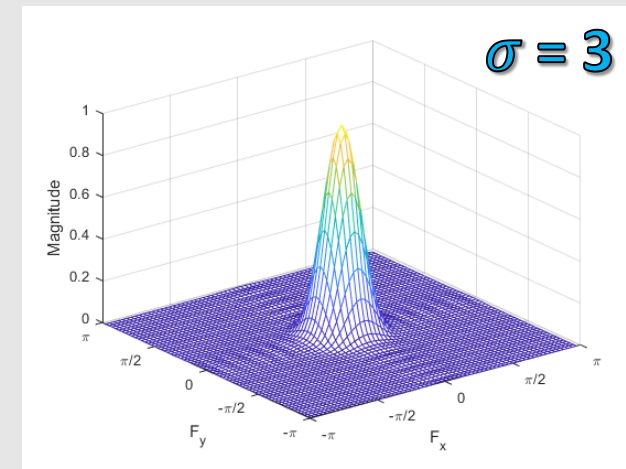
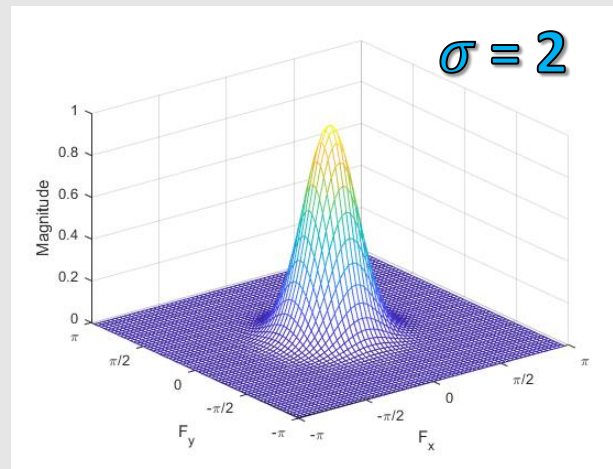
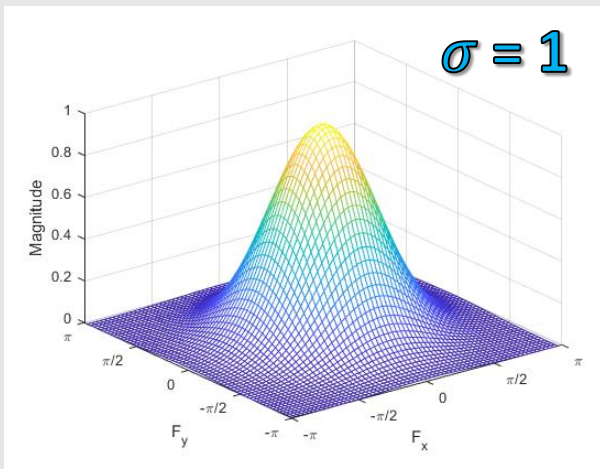
- **DP filter**

- Výhoda spočíva v tom, že za predpokladu, že rozmer impulznej odpovede je dostatočne veľký, jeho frekvenčná prenosová funkcia na rozdiel od prenosovej funkcie spriemerňovacieho filtra neobsahuje tak výrazné postranné laloky
- Šírka frekvenčného pásma je okrem rozmeru jadra definovaná hlavne disperziou.
- Polomer matice filtra (vzdialenosť okrajov matice od prostredného prvku) musí byť približne trojnásobkom smerodajnej odchýlky
- Hodnota prvkov matice impulznej odpovede je daná vzťahom:

$$g(j, i) = \int_{i-0.5}^{i+0.5} \int_{j-0.5}^{j+0.5} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}} dj di$$

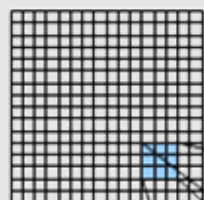
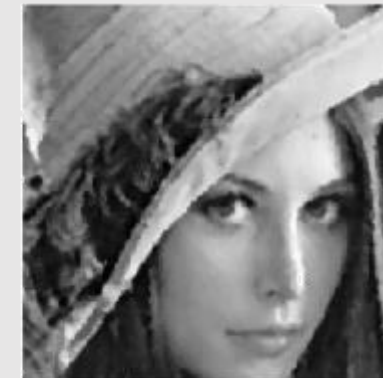
Integrácia zabezpečuje diskretizáciu plochy pod Gaussovou krivkou.

$$g = \frac{1}{273} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrazov - odšumovanie - Median filter

- Vhodný pri filtrácii obrazu zaťaženého impulzným šumom. Tento šum sa v obraze prejavuje tak, že na náhodných miestach sa objavujú výrazne bodky.
- Zachováva hrany obrazu
- Hlavný vplyv na prenesené frekvenčné pásmo má veľkosť zvoleného okna.



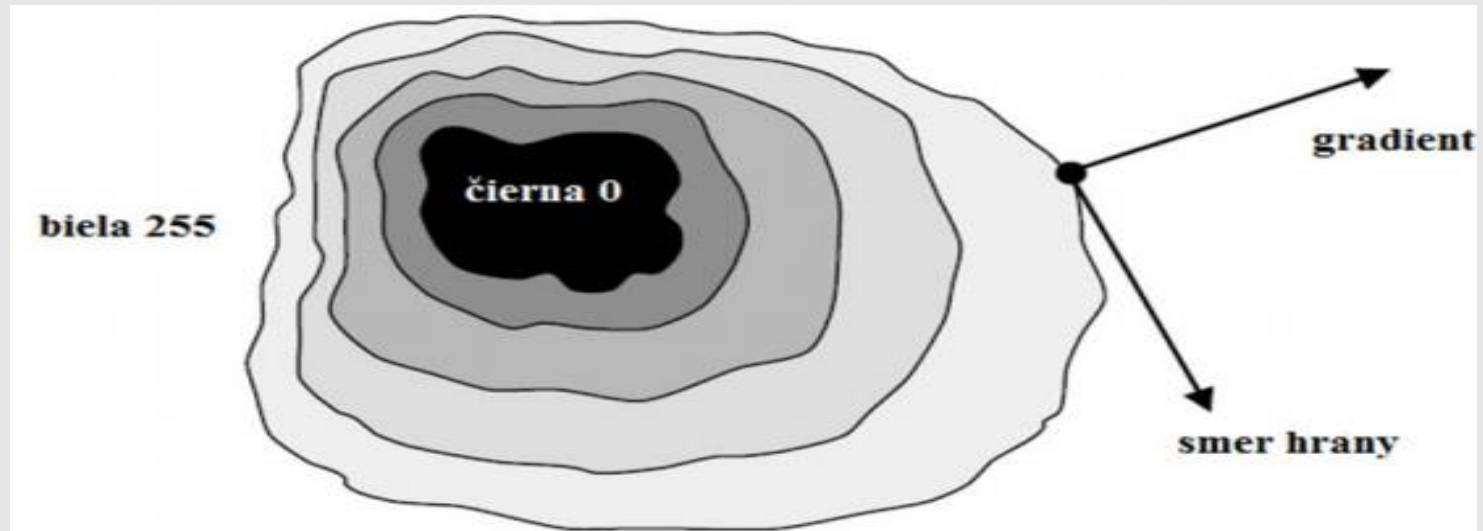
| | | |
|-----|-----|-----|
| 101 | 69 | 0 |
| 56 | 255 | 87 |
| 123 | 96 | 157 |

| | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 56 | 69 | 87 | 96 | 101 | 123 | 157 | 255 |
|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán

- Pod pojmom hrana v obraze rozumieme oblasť obrazu, kde sa jeho charakter prudko mení. Ide napríklad o zmenu z tmavej časti na svetlejšiu časť, resp. pri farebných obrazoch ide aj o prudkú zmenu farby.
- Hrana predstavuje detail obrazu.
- Vo frekvenčnej oblasti hrany predstavujú **vysokofrekvenčnú časť spektra**.
- Z matematického hľadiska predstavuje výraznú hodnotu gradientu obrazu.
- Gradient je daný **diferenciou prvého radu**.
- Gradient je daný zmenou jasnosti v horizontálnej a vertikálnej súradnici súčasne.
- **Veľkosť gradientu**, je daná **modulom** a určuje to ako je hrana výrazná.
- **Uhol gradientu** určuje **směr hrany**.



$$\Delta f(i, j) = \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{\Delta i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{\Delta j}\right)^2}$$

$$\varphi(i, j) = \arctan \left[\frac{\Delta f(i)}{\Delta f(j)} \right]$$

Výraz $\Delta f/\Delta i$ resp. $\Delta f/\Delta j$ predstavuje zmenu úrovne jasnosti v závislosti od zmeny súradnice vo vertikálnom a horizontálnom smere

Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - *Diferencia 1. radu*

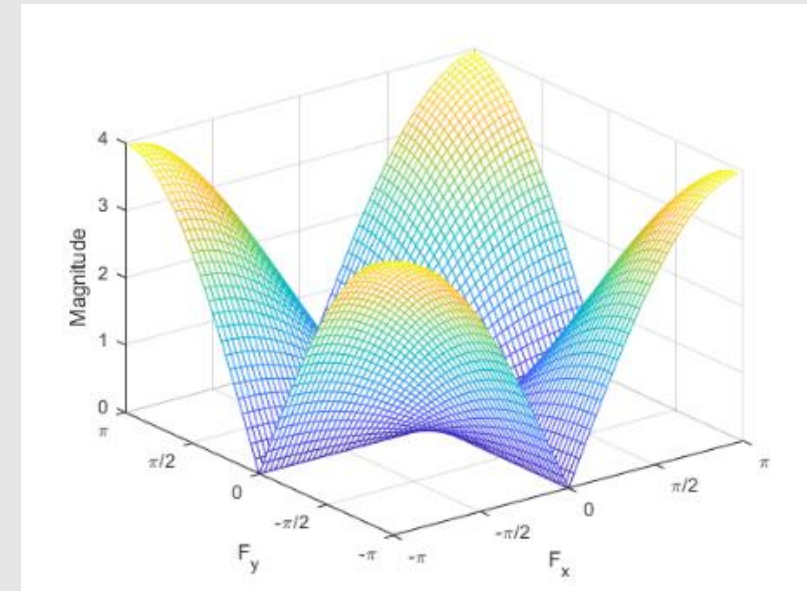
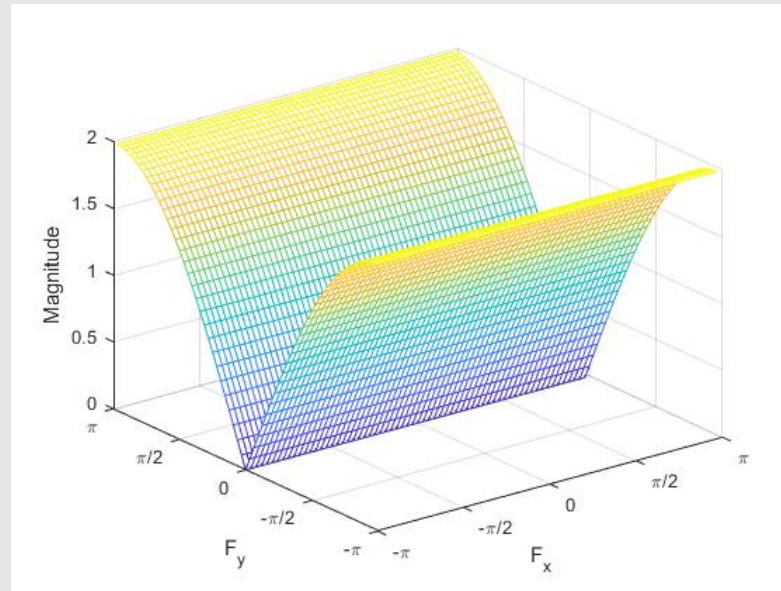
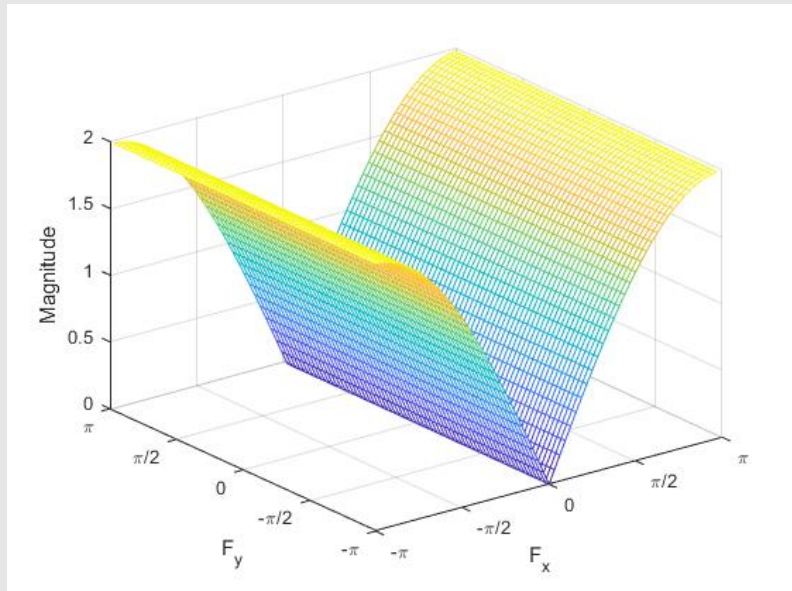
- Najjednoduchší detektor hrán
- Možné aplikovať v horizontálnom, vertikálnom aj diagonálnom smere
- Impulzné odpovede:

$$g_h = [-1, 1]$$

$$g_v = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Prenosové funkcie



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - *Diferencia 1. radu*

- Najjednoduchší detektor hrán
- Možné aplikovať v horizontálnom, vertikálnom aj diagonálnom smere.

$$g_h = [-1, 1]$$

$$g_v = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

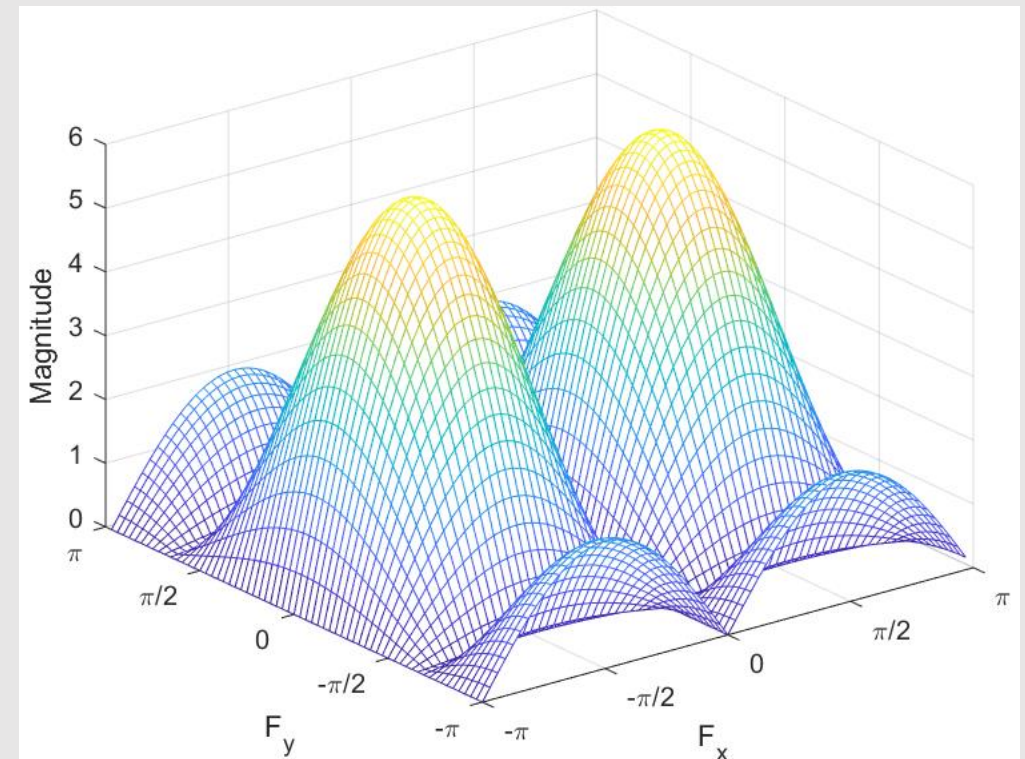
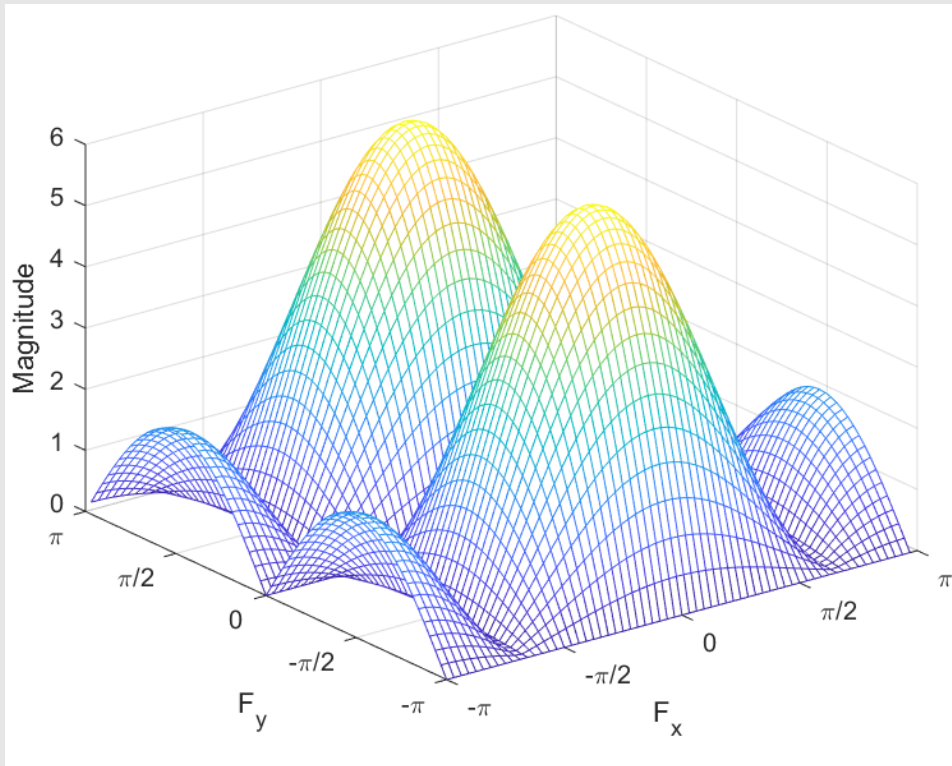
$$g = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - *Prewittovej detector*

- Vyhľadáva hrany pomocou prvej derivácie jasov obrazu
- Nevykonáva žiadne vyhladzovanie
- Impulzné odpovede pre horizontálne a vertikálne hrany sú nasledovné:

$$g_h = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad g_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - *Prewittovej detector*

- Vyhľadáva hrany pomocou prvej derivácie jasu obrazu
- Nevykonáva žiadne vyhladzovanie
- Impulzné odpovede pre horizontálne a vertikálne hrany sú nasledovné:

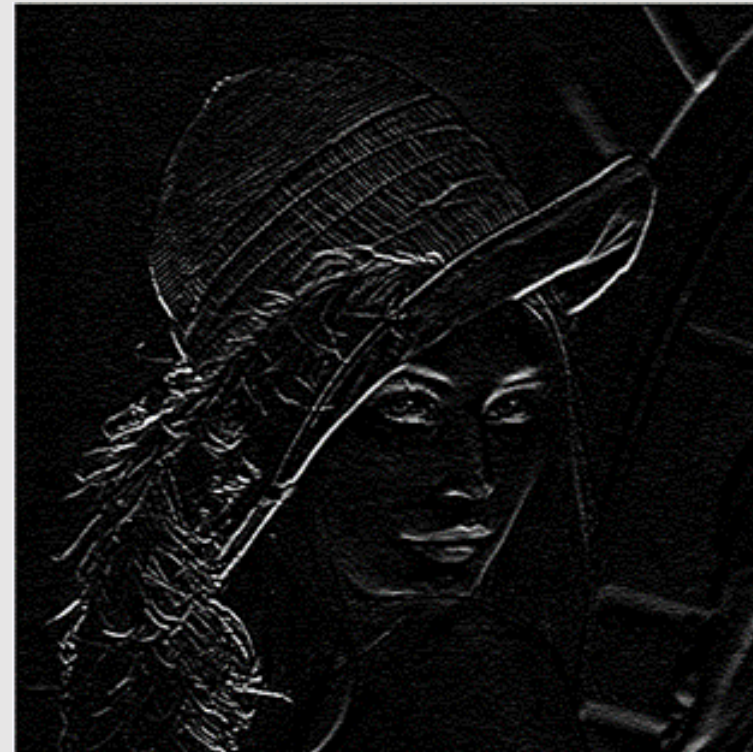
$$g_h = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad g_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - Sobelov detector

- Filter vyhľadáva hrany pomocou prvej derivácie obrazu a okrem diferenciacie vykonáva aj isté vyhladzovanie
- Využíva sa hlavne na detekciu vodorovných a zvislých hrán.

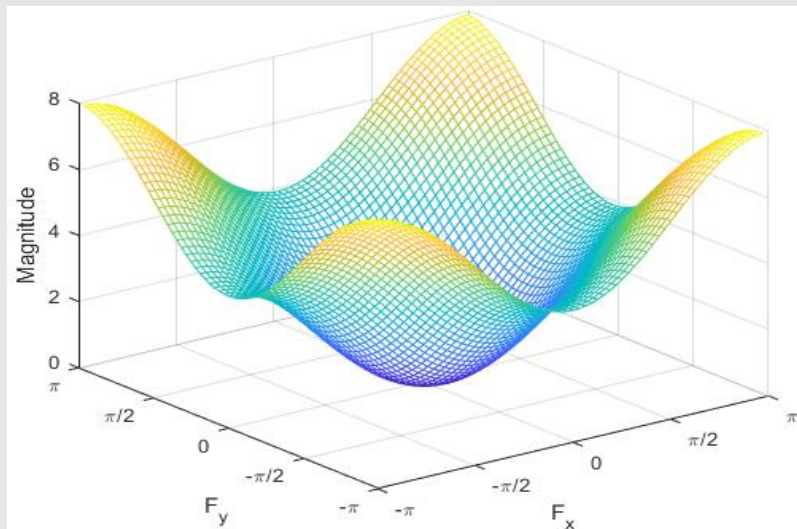
$$g_h = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad g_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtrácia Obrázov - detekcia hrán - Laplaceov detektor

- Laplaceov detektor využíva druhu deriváciu jasú obrazu
 - Vyhľadáva miesta, kde druhá derivácia prechádza nulou
 - Hľadanie prechodov nulou druhej derivácie jasovej funkcie je jednoduchšie, ako hľadanie maxím prvých derivácií
 - Oproti predchádzajúcim detektorom je citlivejší na šum
 - Produkuje dvojité hrany a neurčuje smer
-
- Laplaceov obraz je možné získať aj rozdielom pôvodného obrazu a obrazu filtrovaného pomocou Gaussovho filtra

$$g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Ďakujem za pozornosť!