



Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 9

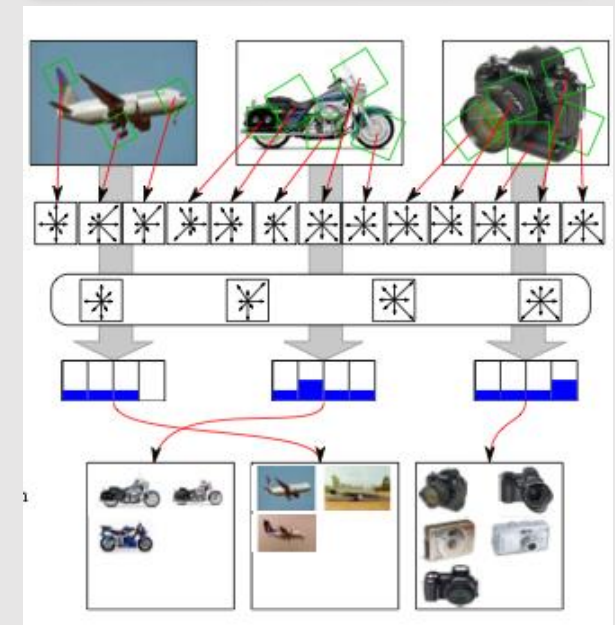
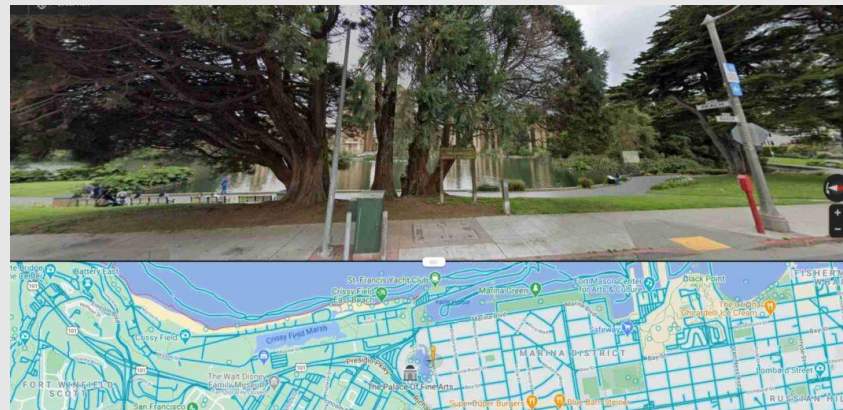
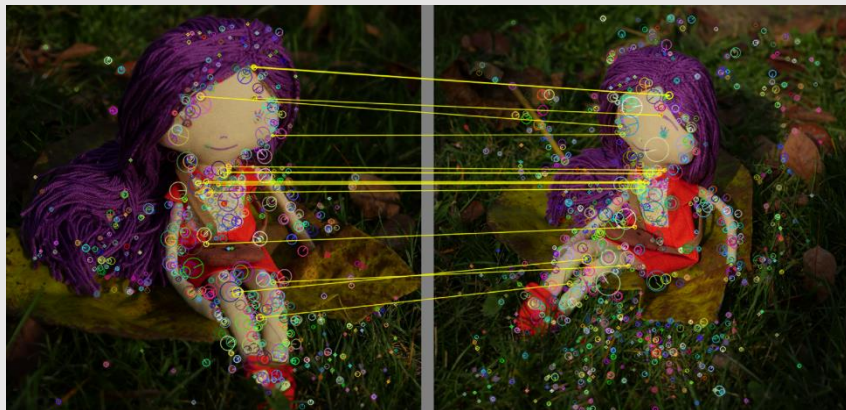
- **Scale-Invariant Feature Transform**
- Počítačová tomografia
- Kompresívne snímanie

Scale-Invariant Feature Transform

SIFT (Scale-Invariant Feature Transform) bola navrhnutá Dr. Davidom G. Loweom a ide o techniku detekcie tvarov resp. objektov v obraze. Jednou z výhod je, že ide o škálovo a rotačne invariantný detektor. To znamená, že aj pri zmene mierky a pri rotácii obrazu sa daný kľúčový bod - príznak (v anglosaskej literatúre key-point) v danom obraze nájde. V prvom kroku sú nájdené body, v ďalších sú pre tieto body vytvorené deskriptory.

Uplatnenie:

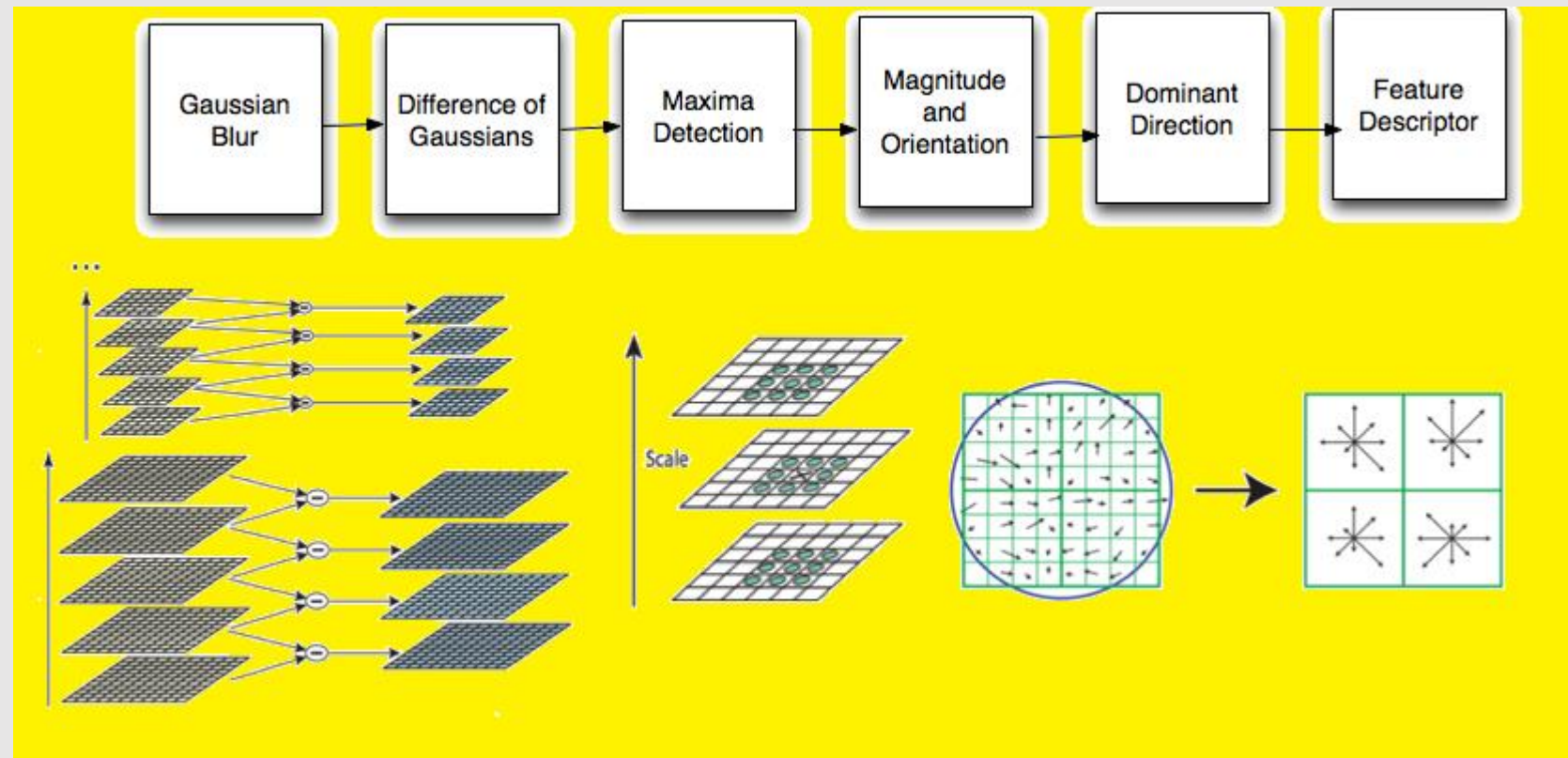
- Generovanie panoramatických pohľadov
- Vyhľadávanie korešpondenčných bodov v stereoskopických snímkach
- Popisovanie (deskripcia) a klasifikácia objektov v obraze
- Strojové učenie



Scale-Invariant Feature Transform

SIFT algoritmus môže byť popísaný nasledujúcimi krokmi:

- Detekcia kľúčových bodov (škálovanie)
- Lokácie kľúčových bodov
- Odstránenie nevhodných kľúčových bodov
- Orientácia kľúčových bodov
- Deskriptory kľúčových bodov



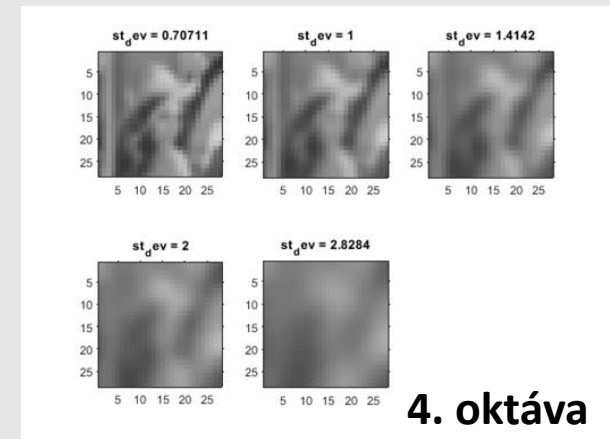
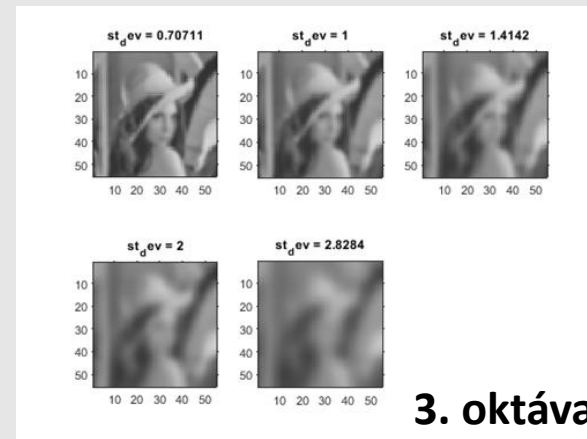
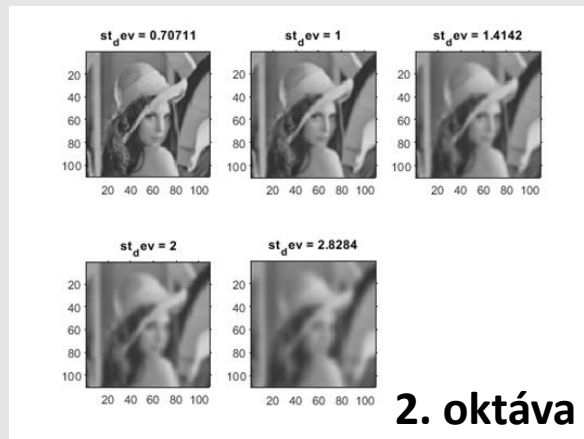
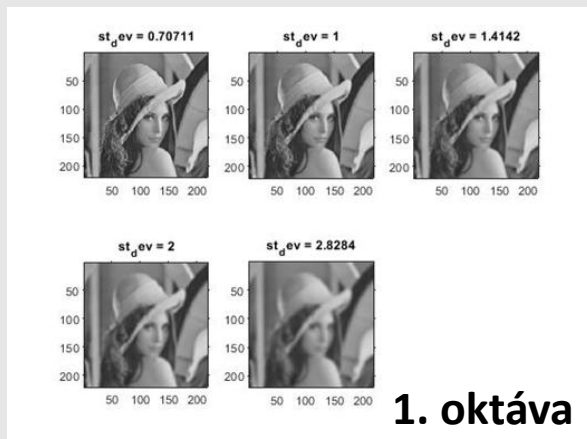
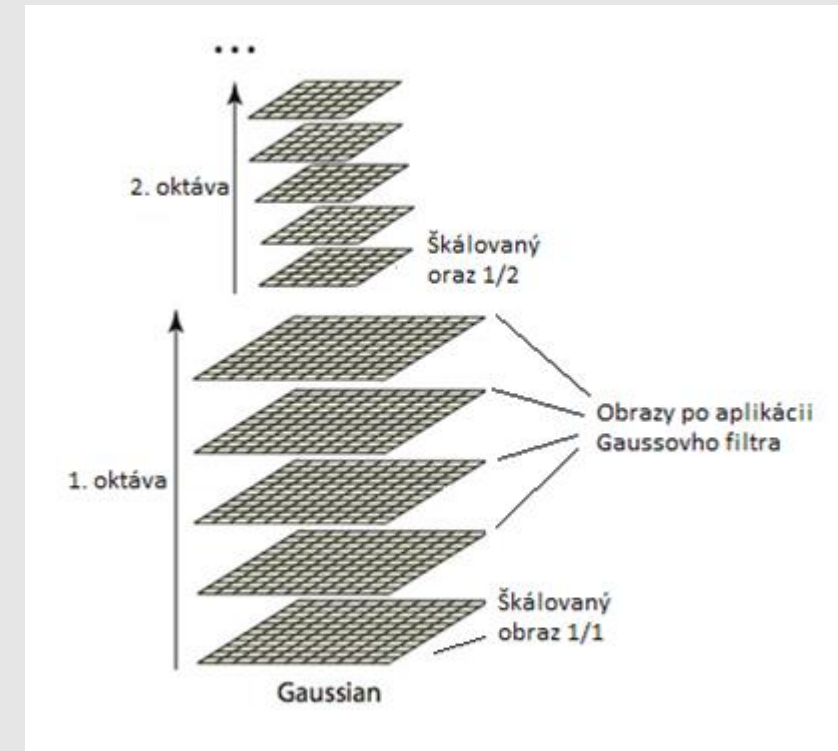
Scale-Invariant Feature Transform

Detekcia kľúčových bodov - škálovanie

Na pôvodný obraz sa aplikuje funkcia, ktorá podľa zadaného parametru zmenší mierku obrazu. Na toto zmenšenie sú využité decimálne filtre. Najčastejšie sa decimácia vykonáva s faktorom 2. Obrazy sú pred samotnou decimáciou najprv filtrované pomocou Gaussovho filtra. Zmena mierky zabezpečí vytvorenie oktáv.

- Pod pojmom októva rozumieme súbor obrazov s rovnakou mierkou, ktoré sa od seba líšia úrovňou Gaussovej filtrácie.
- Konvolúciou vstupného obrazu $I(x,y)$ a variabilnej Gaussovej funkcie $G(x,y,\sigma)$, získame škálovaný obraz $L(x,y,\sigma)$, tomuto procesu zodpovedá nasledujúca rovnica.

$$L(x, y, \sigma) = G(x, y, \sigma) * I(x, y).$$

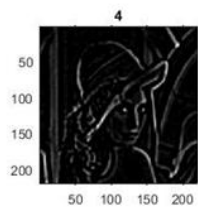
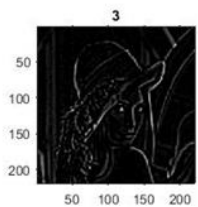
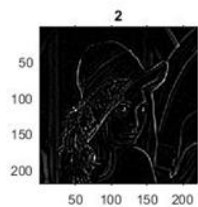
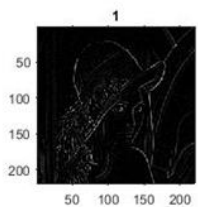
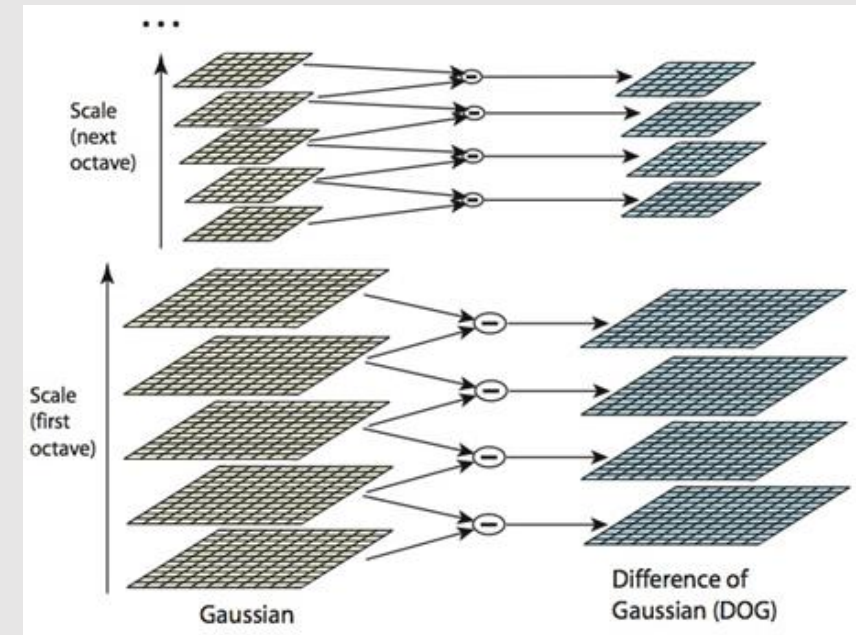


Scale-Invariant Feature Transform

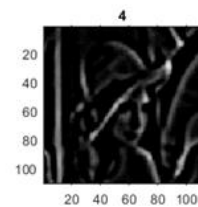
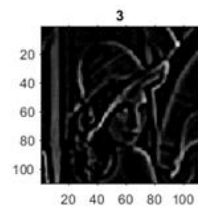
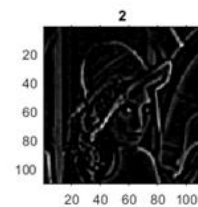
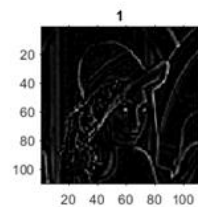
Detekcia kľúčových bodov - škálovanie

Pre efektívnejšie vyhľadanie stabilných kľúčových bodov je potrebné vykonať rozdiel Gaussových obrazov, ktorý predstavuje rozdiel dvoch blízkyh mierok lišiacich sa faktorom „k“. Táto funkcia sa nazýva Difference of Gaussian (DoG) a konvolúciou so vstupným obrazom vytvára funkciu $D(x, y, \sigma)$, ktorá je tiež definovaná rozdielom škálovaných obrazov $L(x, y, k\sigma)$ a $L(x, y, \sigma)$ s rovnakým „k“ faktorom ako pri DoG. Tento spôsob je efektívny aj z dôvodu jednoduchého odčítania obrazov.

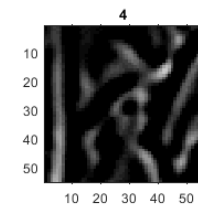
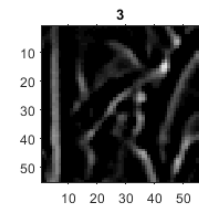
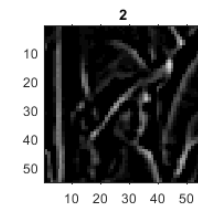
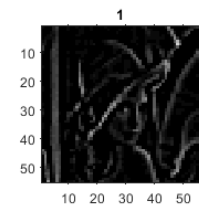
$$D(x, y, \sigma) = (G(x, y, k\sigma) - G(x, y, \sigma)) * I(x, y) \\ = L(x, y, k\sigma) - L(x, y, \sigma).$$



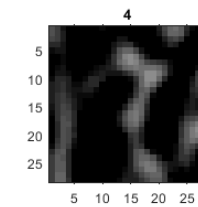
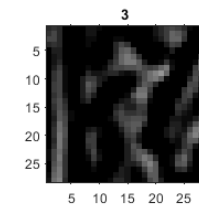
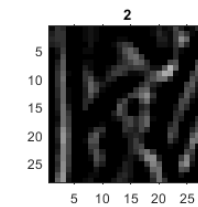
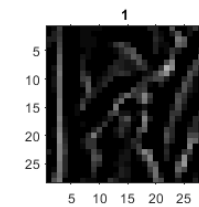
1. oktáva



2. oktáva



3. oktáva

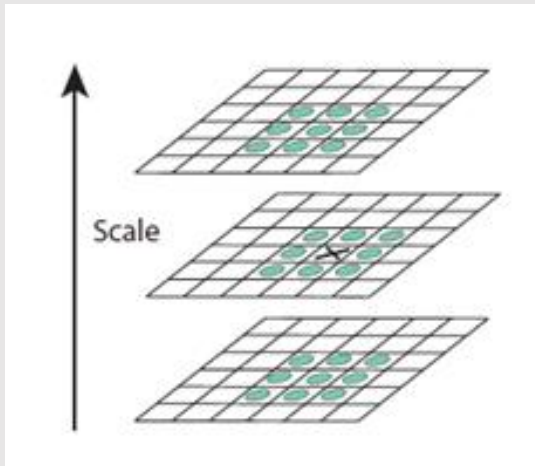


4. oktáva

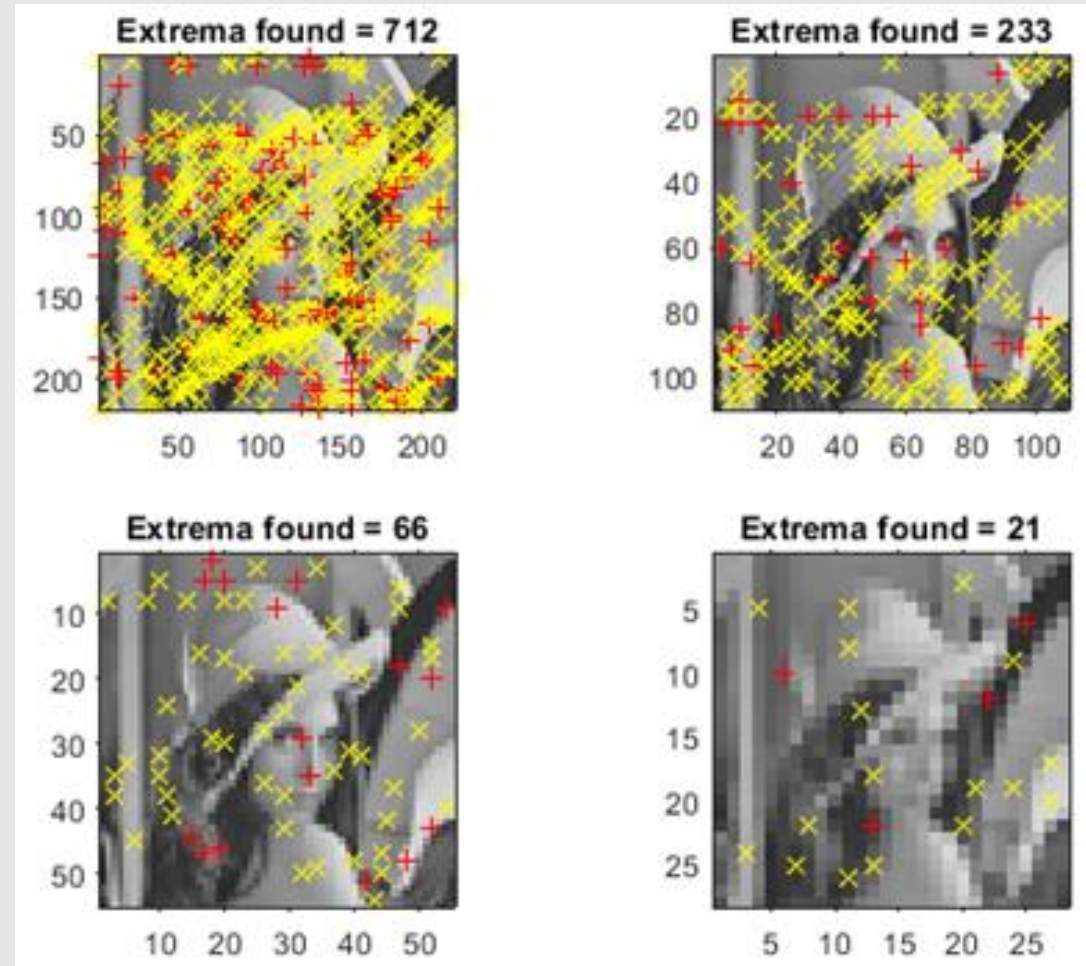
Scale-Invariant Feature Transform

Detekcia kľúčových bodov – vyhľadávanie lokálnych extrémov

Pre nájdenie lokálnych extrémov (minimá a maximá) $D(x, y, \sigma)$, sa každý prvok daného DOG obrazu porovná s ôsmymi prvkami v aktuálnom obraze a deviatimi prvkami susedných obrazov. Prvok spĺňa podmienku minima a maxima, ak jeho hodnota je menšia alebo väčšia ako susedné prvku. Ak tento prvok spĺňa podmienku, je označený ako „**kľúčový bod - key point**“ (KB).



- Pri niektorých prvkoch nie je potrebné vykonať porovnanie zo všetkými susedmi, už po pár porovnaníach je tento bod vylúčený a nie je ďalej vedený ako KB. Detekcia KB nie je vykonávaná na spodných ani vrchných obrazoch oktávy, pretože prvky nemajú dostatočný počet susedov.



Označené KB sú len približné lokálne extrémny, pretože ležia veľmi často medzi op. Pre presnejšie určenie je potrebné ďalšie spracovanie.

Scale-Invariant Feature Transform

Detekcia kľúčových bodov – Vylúčenie nestabilných KB

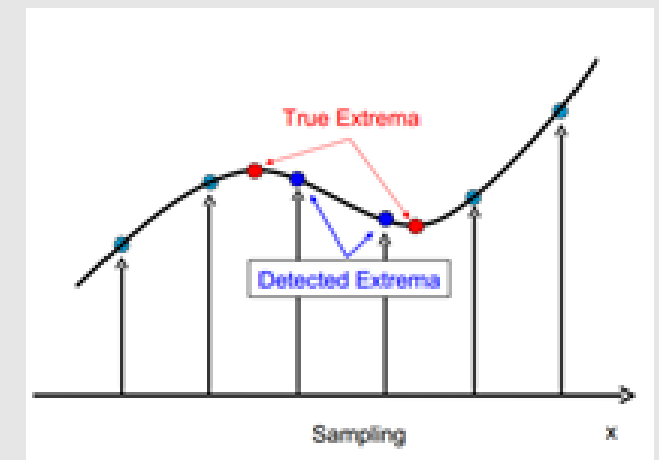
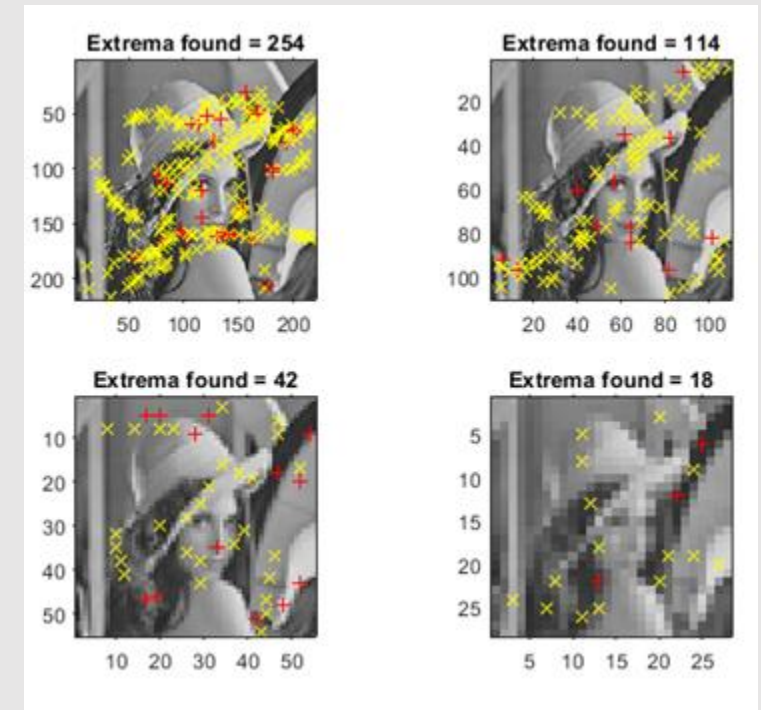
Po nájdení kľúčových bodov pomocou lokálnych extrémov je možné vykonať odstránenie op s nízkym kontrastom alebo sa nachádzajú pozdĺž hrán.

Odstránenie KB s nízkym kontrastom sa vykonáva prahovaním. Na toto sa využíva Taylorova expanzia funkcie $D(x,y,\sigma)$.

Taylorová expanzia umožní zistiť skutočnú polohu extrému (extrému ak by obraz nebol diskretný). Ak tento extrém nedosahuje zvolený prah, KB je vyradený. Empirický sa zistilo, že hodnota prahu môže byť približne 0.03.

Odstránenie KB, ktoré sa nachádzajú pozdĺž hrán. Tieto body prinášajú nestabilitu pre ďalšie kroky spracovania. Môžu byť určené pomocou **Hessianovej matice** H s rozmerom veľkosti 2×2 .

**Detaily výpočtu Taylorovej expanzie ako aj Hessianovej matice svojou matematickou náročnosťou prevyšuje náplň prednášok z ČSO. Na confluenc-i sú spolu s uvedením literatúry tieto techniky popísané bližšie.*



Scale-Invariant Feature Transform

Určenie orientácie KB

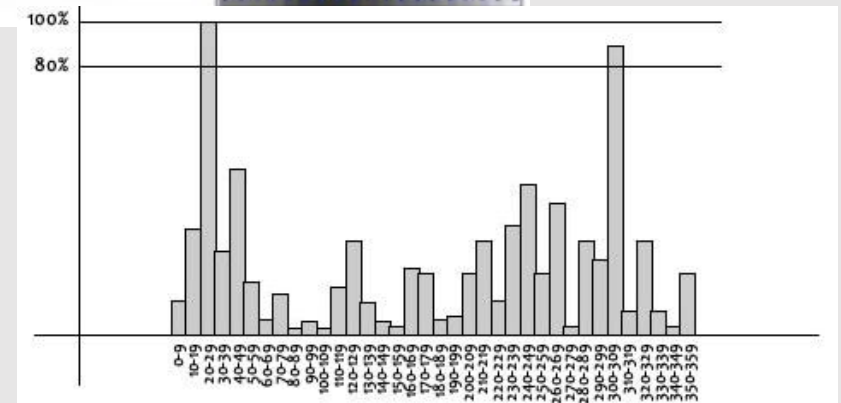
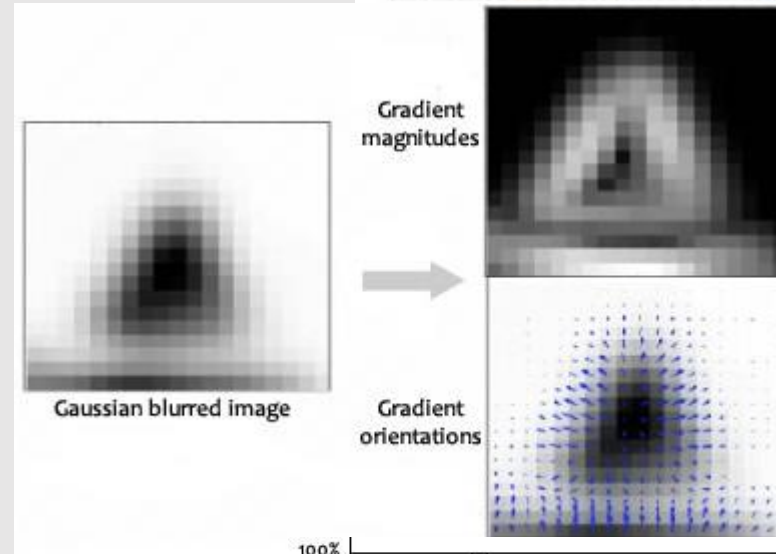
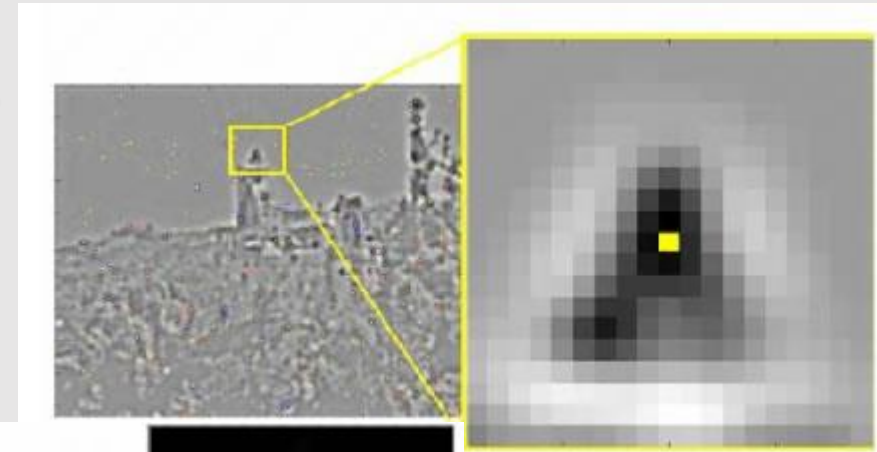
Priradením orientácie ku každému kľúčovému bodu v obraze na základe jeho vlastností je možné vynulovať vplyv invariantnosti otočenia obrazu. Výstupom tejto operácie je určenie deskriptoru, ktorý zahŕňa vlastnosti založené na rotačnej invariantnosti.

V okolí každého KB sa určí **gradient** $m(x,y)$ a **orientácia** $\theta(x,y)$ pre každý prvok v obraze $L(x,y)$.

$$m(x,y) = \sqrt{(L(x+1,y) - L(x-1,y))^2 + (L(x,y+1) - L(x,y-1))^2}$$

$$\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{L(x,y+1) - L(x,y-1)}{L(x+1,y) - L(x-1,y)}\right)$$

Rovnice sú použité na vytvorenie smerového histogramu. Tento histogram obsahuje 36 oblastí, ktoré pokrývajú 360 stupňový rozsah orientácie. Orientácie s najvyššou hodnotou a sa použijú pre generovanie deskriptorov. Orientácie s hodnotou prevyšujúcou 80% sa môžu využiť tiež.

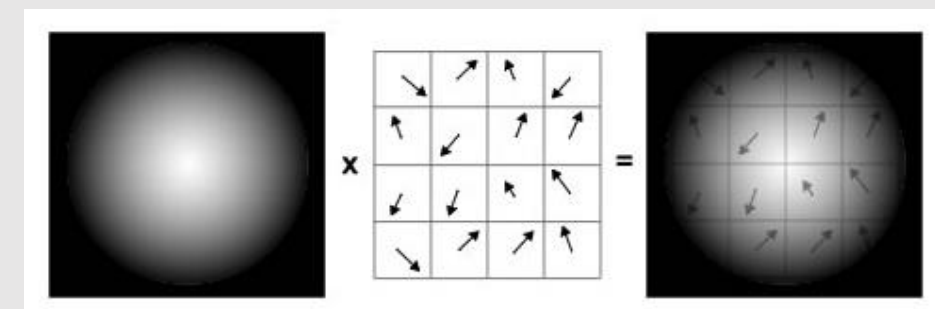
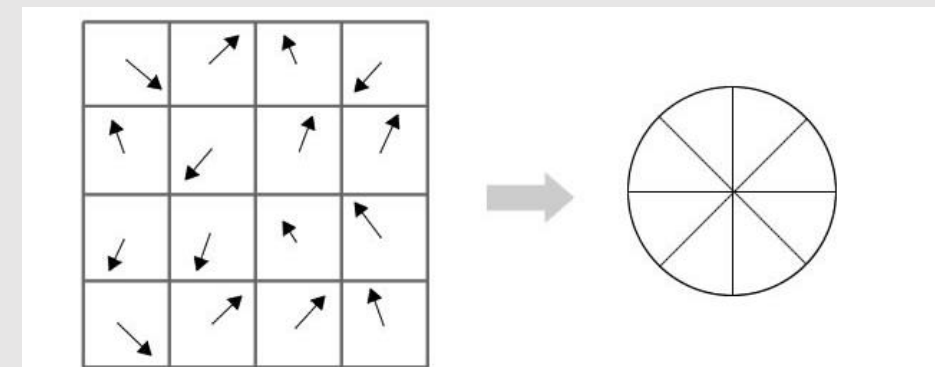
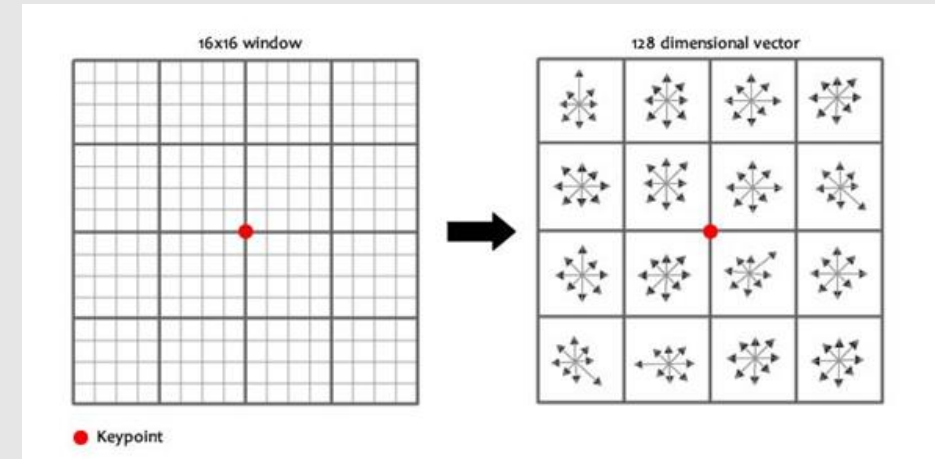


Scale-Invariant Feature Transform

Vytváranie deskriptorov

V predchádzajúcej časti prednášky boli opísané kľúčové kroky pre určenie polohy a orientácie relevantných KB. Každý KP je teraz definovaný polohou, mierkou a orientáciou. Teraz je možné vytvoriť deskriptor, ktorý je vo vysokej miere jedinečný a invariantný na zmenu svetelných podmienok, škály a rotácie.

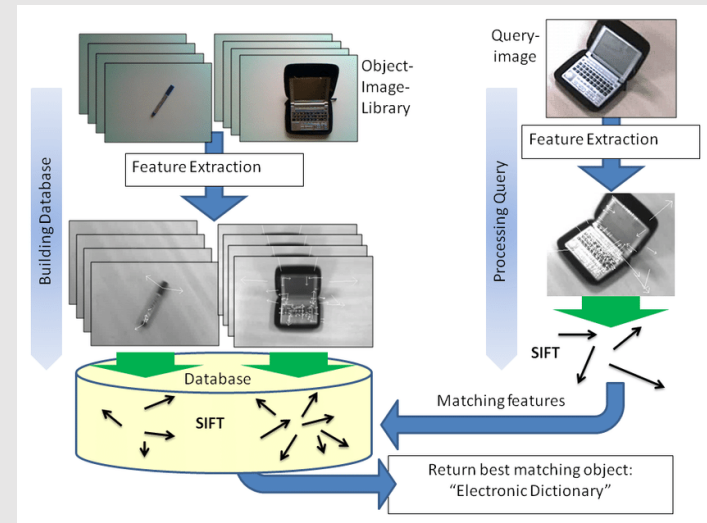
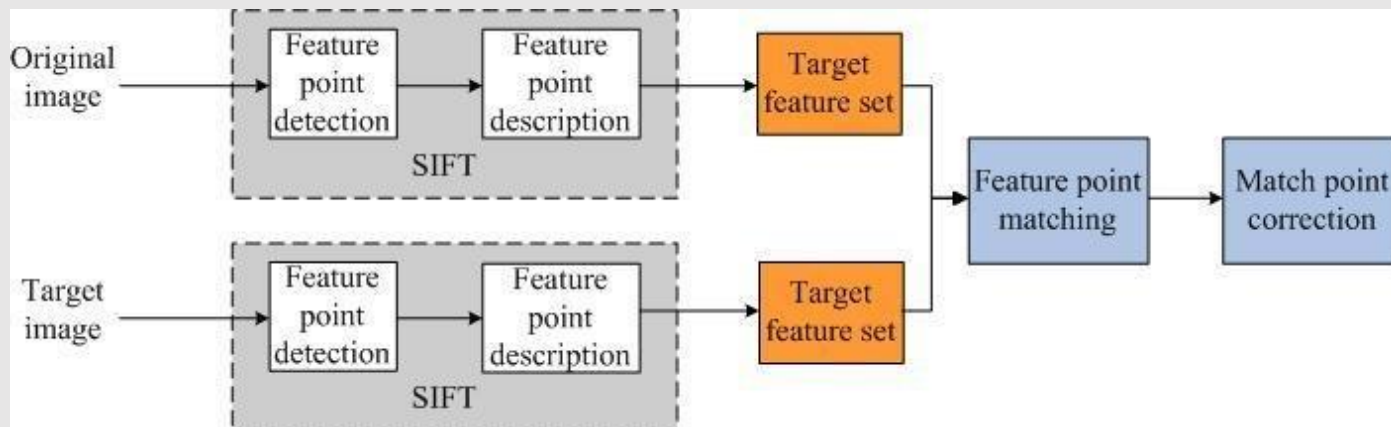
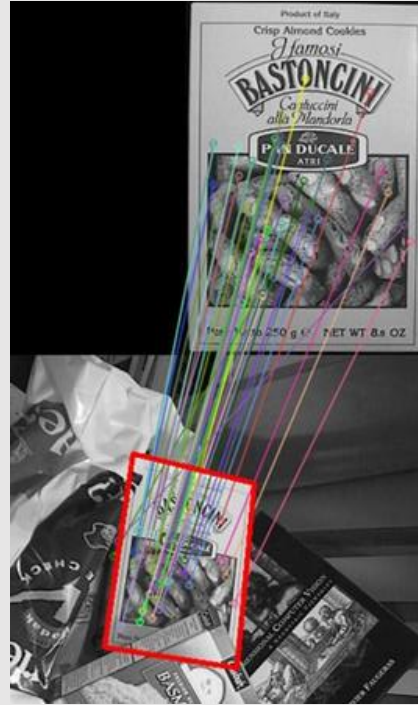
- Vytvoríme blok v okolí kľúčového bodu o veľkosti 16x16. Každý z týchto blokov je ešte rozdelený na podbloky o veľkosti 4x4.
- Pre každý podblok 4x4 je vytvorený osem-smerový histogram orientácií. Veľkosť jednotlivých stĺpcov histogramu závisí na hodnote gradientu a taktiež od vzdialenosti od kľúčového bodu.
- Váhu vzdialenosti zabezpečí Gaussova váhová funkcia. Jednoduchým pre násobením hodnoty gradientu s touto funkciou zabezpečí správnu hodnotu.
- Z uvedeného vyplýva, že pre každý KB máme deskriptor s rozmerom 4x4 nad maticou prvkov 16x16 a každé pole deskriptora 4x4 obsahuje osem-smerový histogram. **Teda, deskriptor kľúčového bodu môže byť zapísaný ako vektor s počtom prvkov 128** (4x4x8).



Scale-Invariant Feature Transform

Spôsob použitia

- V prípade, že porovnávame dva obrázky alebo ich časti, je pre obidva obrázky potrebné vyhľadať a deskriptormi opísať KB.
- Tiež je možné deskriptory uložiť do databáz spolu s popisom objektu. Takto sa môžu využiť v strojovom učení.
- Následne sa porovnávajú KB oboch obrazov. Je možné využiť Euklidovú, Mahalanobisovú vzdialenosť, alebo inú kvantitatívnu mieru na porovnanie vektorov.
- KB, ktorých deskriptory sa zhodujú s nadprahovou hodnotou sú označené za totožné.





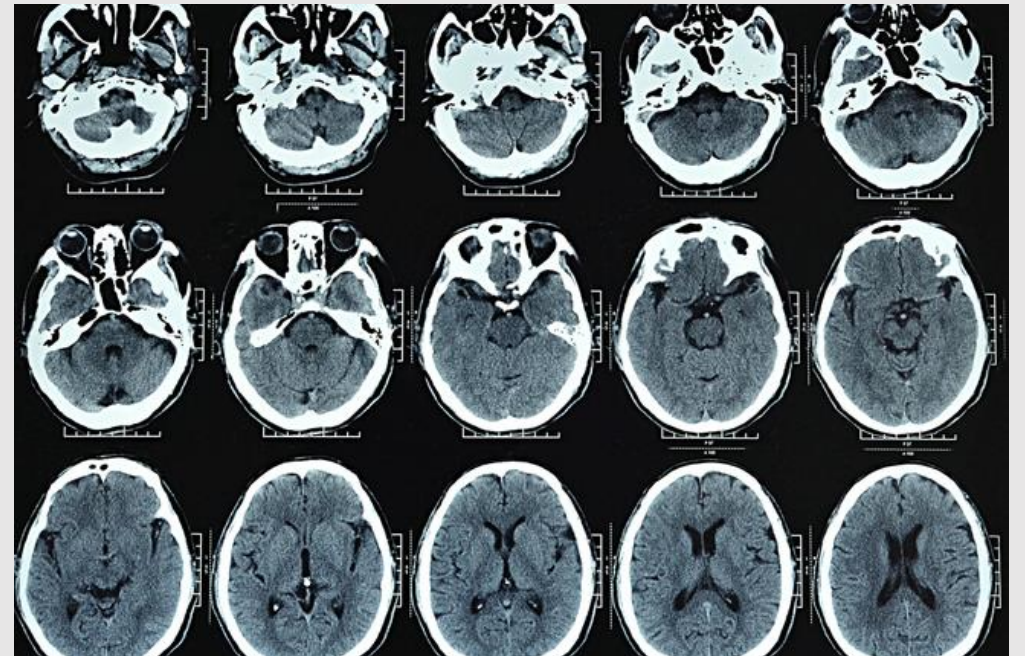
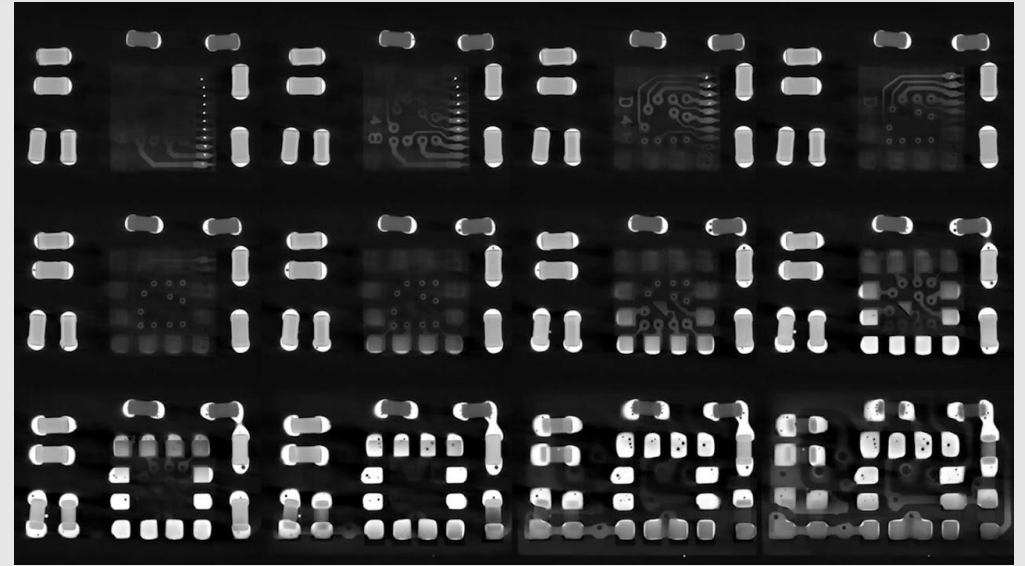
Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 9

- Scale-Invariant Feature Transform
- **Počítačová tomografia**
- Kompresívne snímanie

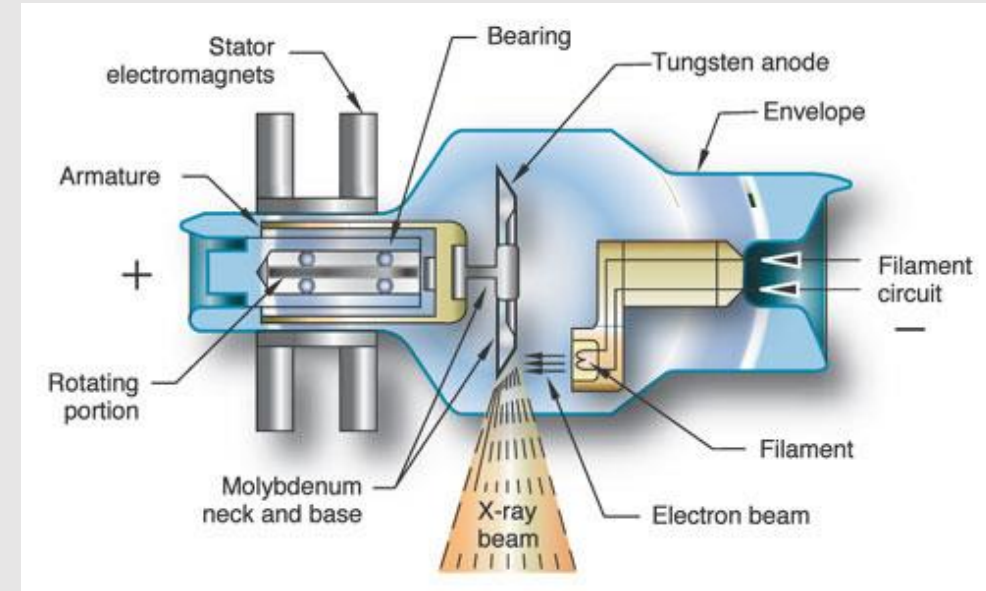
Počítačová tomografia - Radonova transformácia

- **Počítačová tomografia** (*computed tomography - CT*) je rádiologická vyšetrovacia metóda, ktorá pomocou röntgenového žiarenia umožňuje zobrazenie vnútra snímaných objektov. Metóda sa využíva najmä v oblasti medicíny, kde slúži na diagnostiku širokého spektra poranení a chorôb. Tiež je veľmi často využívaná pri vyhodnocovaní kvality výroby rôznych komponentov zariadení a priemyselných produktov.



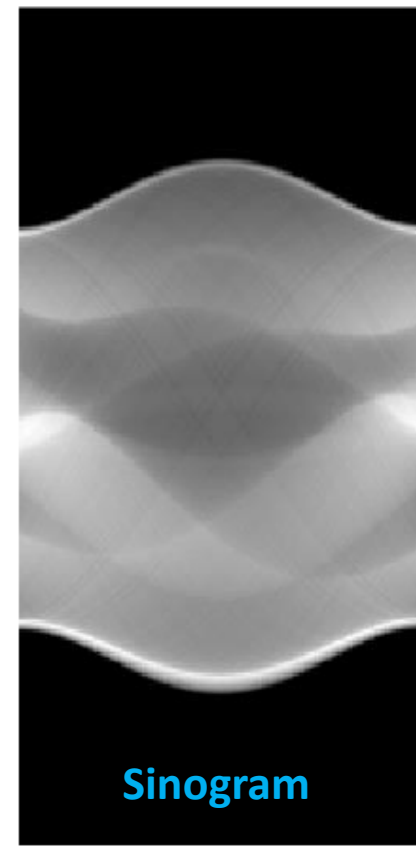
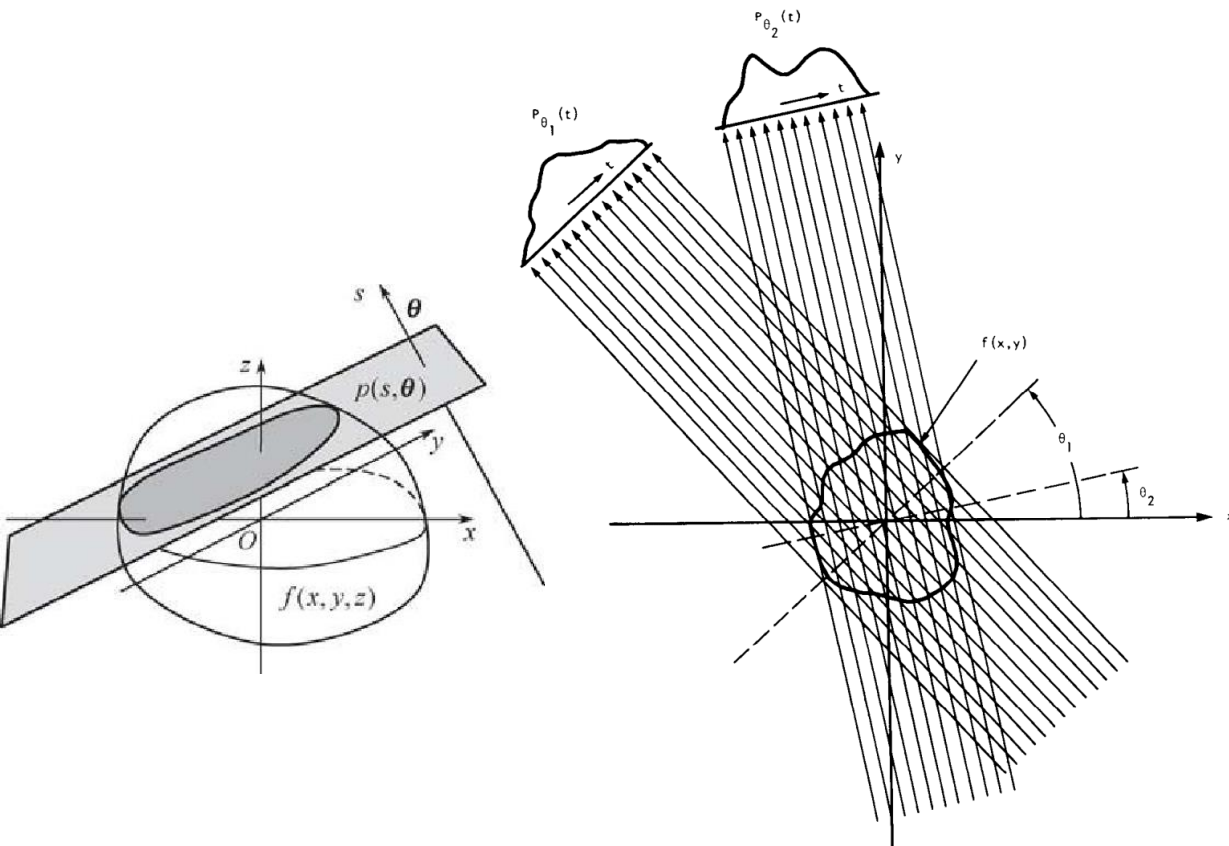
Počítačová tomografia - *Radonova transformácia*

- **Röntgenové žiarenie** je elektromagnetické žiarenie v rozsahu vlnových dĺžok od 10^{-12} do 10^{-8} m.
- Vzniká prudkým zabrzdzením urýchlených elektrónov alebo prechodom elektrónov na nižšie energetické hladiny v atóme.
- Objavené bolo v roku 1895 nemeckým fyzikom **Wilhelmom Röntgenom**. Tento pri pokusoch katódovým žiarením v sklenenej trubici. Úplne zamedzil prístup svetla k sklenenej trubici a generoval výboje. Vždy keď v trubici nastal výboj, papier pokrytý fluorescenčnou látkou ležiaci neďaleko, začal svietelkovať. Pri ďalších experimentoch zistil, že objekty s rôznou hrúbkou majú pre tieto lúče rôznu priepustnosť. Ešte pred koncom roku 1895 zverejnil predbežné výsledky svojho objavu, ktorý nazval „X lúče“. Preto v anglickej literatúre je toto žiarenie nazýva X-rays.
- **RTG Snímkovanie** je základná rádiologická zobrazovacia metóda, ktorej podstata je fotografia objektu pomocou röntgenového (rtg) žiarenia.
- V minulosti bolo objektom (pacientom) prechádzajúce žiarenie zachytené na celulózový film. V súčasnosti sa tento nahradil vhodne upraveným CCD snímačom



Počítačová tomografia - Radonova transformácia

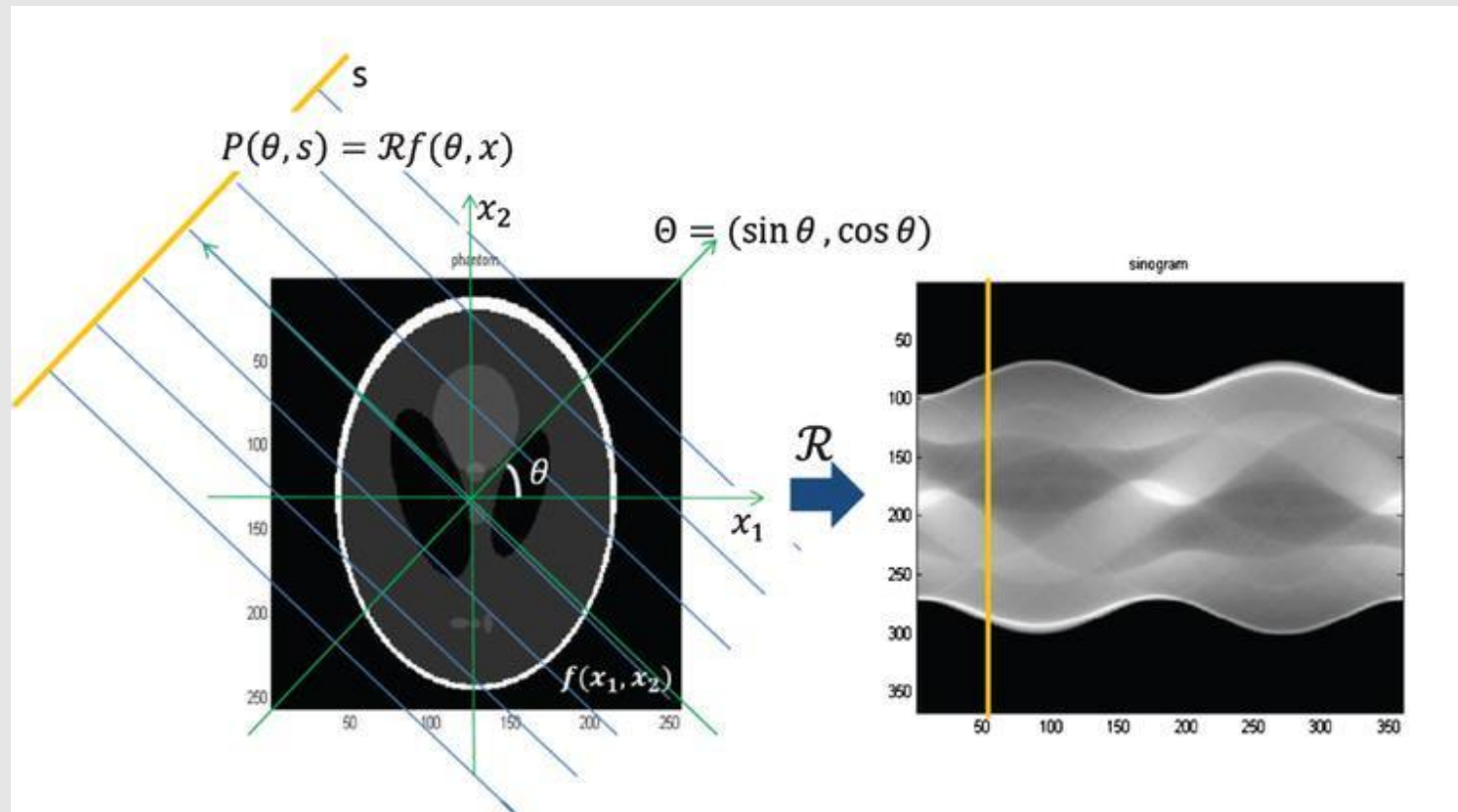
Radonová transformácia (RT) a aj jej spätná podoba bola prvýkrát objasnená v roku 1917 rakúskym matematikom českého pôvodu **Johannom Radonom**. Dlhú nemala praktické využitie, kvôli technickým obmedzeniam. V roku 1987 **Gregory Beiklyn** objasnil diskrétnu radonovú transformáciu (DRT). DRT je základom mnohých typov rekonštrukcií obrazu, pomocou rôznych žiarení – RTG, MRI, ultrazvuk.... DRT môžeme v jednoduchosti chápať, ako projekciu obsahu jedného riadku snímaného telesa, ktorého nasnímaním z rôznych uhlov vzniká sinogram. **Sinogram** je základ pre ďalšie spracovanie obrazu a pomocou spätnej projekcie je možné zrekonštruovať pôvodný objekt.



Počítačová tomografia - Radonova transformácia

Spätná projekcia (back projection) je najjednoduchší proces, pri ktorom zo získanej radonovej transformácie/projekcie objektu je získaný 2D rez objektom. Táto rekonštrukčná metóda sa stala v minulosti veľmi rozšírenou, keďže bol výsledok dostupný vo veľmi krátkom čase po ukončení procesu projekcie.

Princíp spätnej projekcie spočíva v správnom rozložení nasnímaných dát. Dáta v sinograme sú poukladané tak, že na x-ovej osi je poloha snímania údajov v stupňoch a na y-ovej osi sú obrazové prvky, ktoré vznikli utlmením prenikaných lúčov cez objekt.

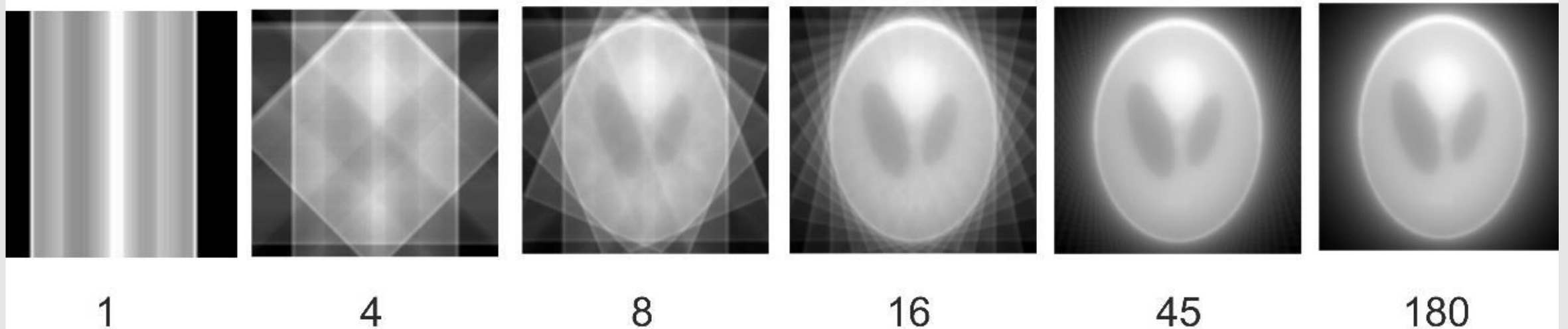


Počítačová tomografia - Radonova transformácia

Spätná projekcia (back projection) je najjednoduchší proces, pri ktorom zo získanej radonovej transformácie/projekcie objektu je získaný 2D rez objektom. Táto rekonštrukčná metóda sa stala v minulosti veľmi rozšírenou, keďže bol výsledok dostupný vo veľmi krátkom čase po ukončení procesu projekcie.

Princíp spätnej projekcie spočíva v správnom rozložení nasnímaných dát. Dáta v sinograme sú poukladané tak, že na x-ovej osi je poloha snímania údajov v stupňoch a na y-ovej osi sú obrazové prvky, ktoré vznikli utlmením prenikaných lúčov cez objekt.

Táto matica dát je rozložená na jednotlivé stĺpce. Tieto stĺpce sa pre každý uhol zopakujú na celú šírku rekonštruovaného 2D rezu objektom. Takto vygenerované matice sú sčítane do jednej matice. Výsledný obraz je predelený počtom rotácií.



Je zrejmé, že kvalita rekonštrukcie nie excelentná, ale treba si uvedomiť, že v čase keď počítače neboli zďaleka tak výkonné ako dnes to bol ozaj prelomový objav. Neskôr, sa táto metóda výrazne vylepšila a vznikla Filtrovaná spätná transformácia.

Počítačová tomografia - *Radonova transformácia*

Filtrovaná spätná projekcia (filtered back projection)

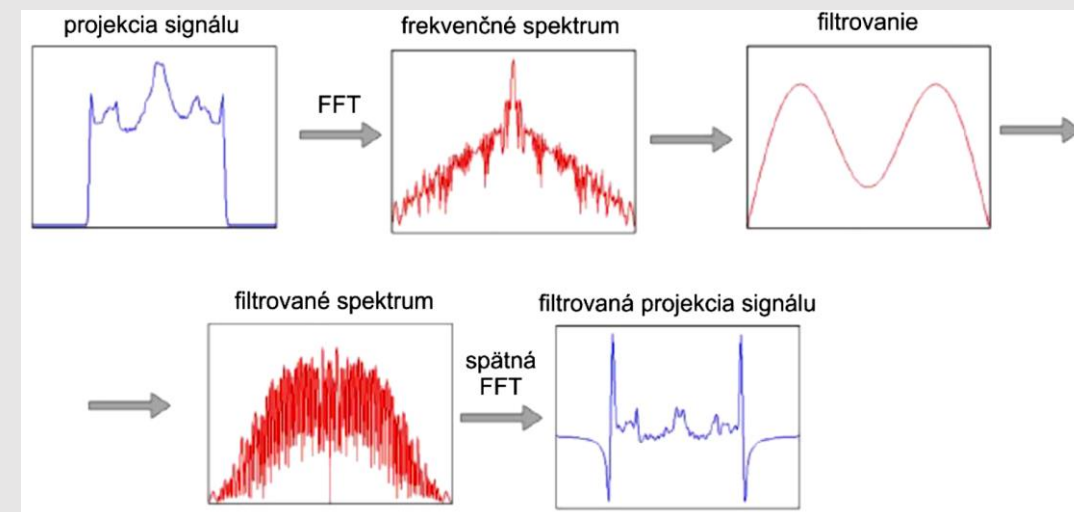
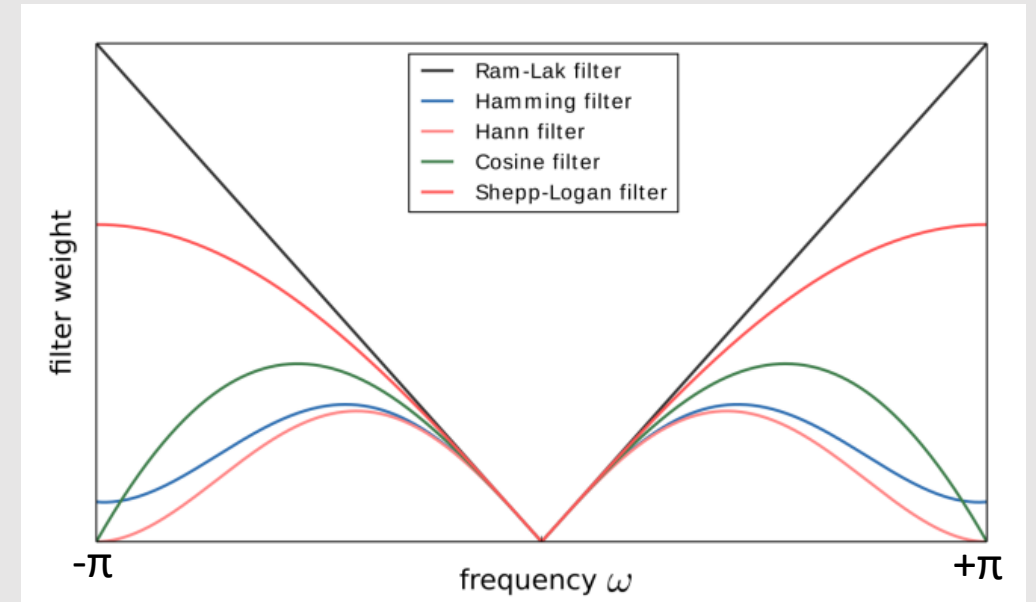
- Vychádza z klasickej spätnej projekcie, avšak do procesu transformácie/rekonštrukcie je zaradený hornopriestorový filter.
- Filtráciu je možné vykonať, klasickým konvolučným filtrom alebo tiež v spektrálnej oblasti, pomocou oknových funkcií.
- Najčastejšie sa v literatúre uvádza takzvaný **Ram-Lak filter**. Tento filter prepúšťa vysokofrekvenčné pásmo, čiastočne prenáša stredné pásmo, potláča nízkofrekvenčné pásmo a úplne eliminuje jednosmernú zložku.
- Je možné použiť aj iné HP filtre.



Spätná projekcia



Filtrovaná spätná projekcia

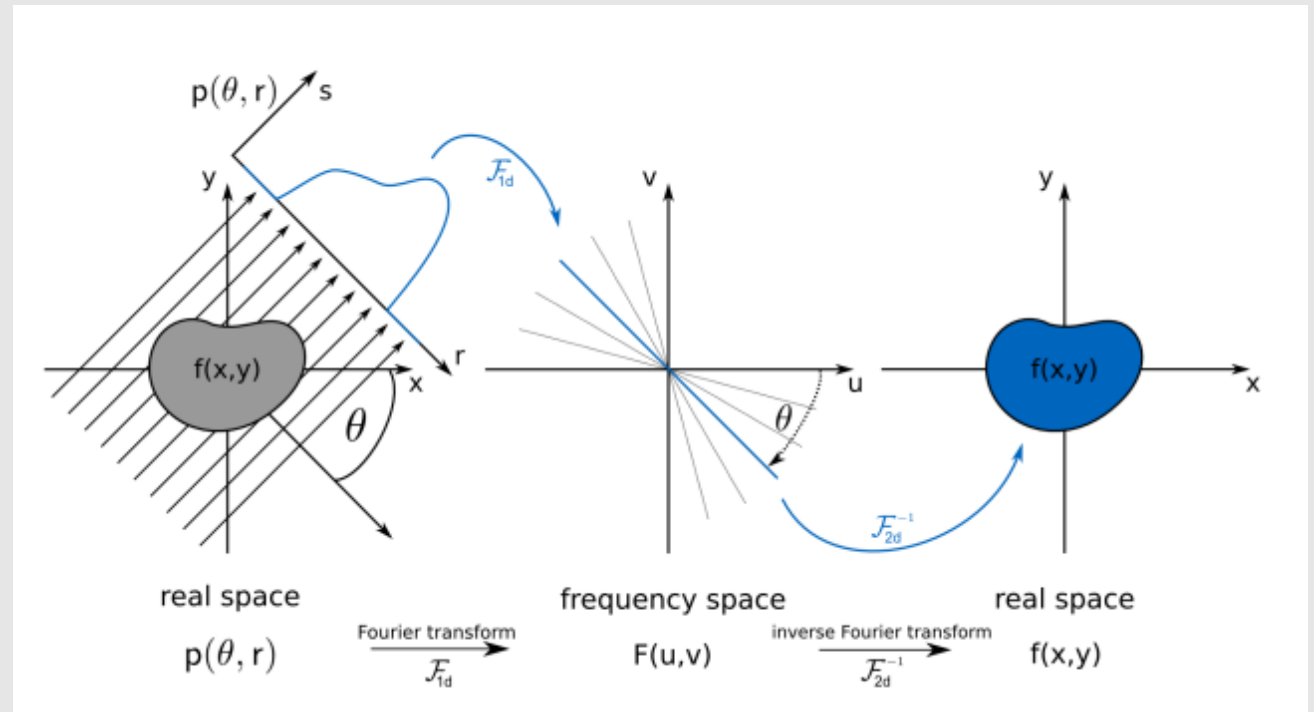
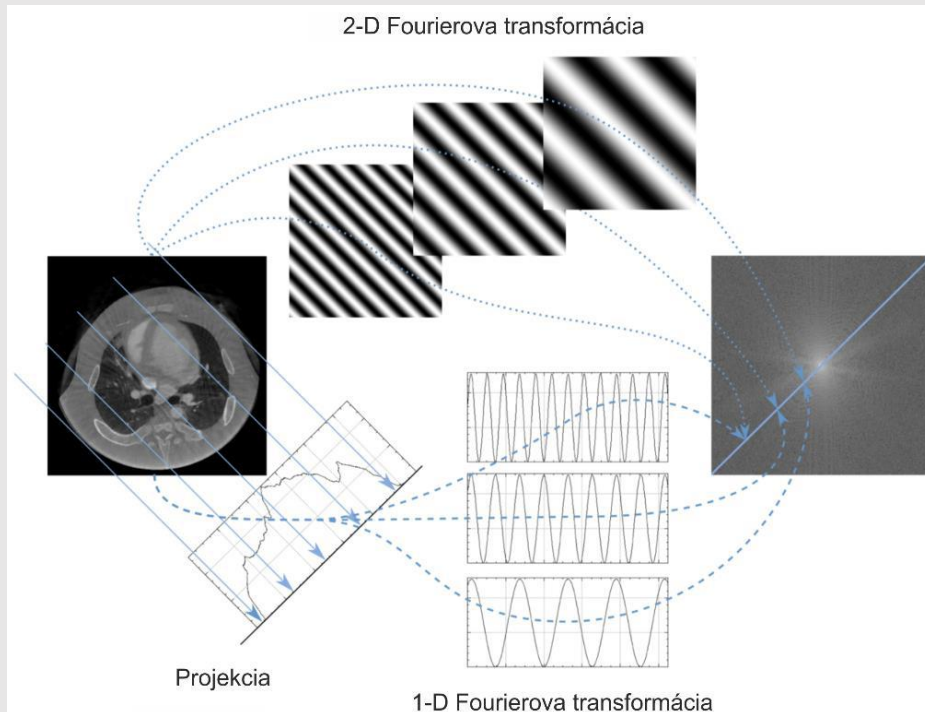


Počítačová tomografia - Radonova transformácia

Fourierova teória rezov (Fourier slice teorem)

S nástupom výkonnej výpočtovej techniky bolo možné naplno využiť závislosť medzi 2D spektrom rezu a 1D spektrom jednotlivých priemetov pri rôznej rotácii.

- Každý obraz je možné reprezentovať v spektrálnej oblasti.
- Ak poznáme 2D spektrum rezu, môžeme tento rez obnoviť pomocou inverznej 2D DFT
- Z Fourierovej teórie rezov vyplýva, že 2D spektrum rezu je možné zostaviť z 1D spektra jednotlivých projekcií tak, že spektra jednotlivé jednotlivých projekcií sa umiestnia do 2D roviny pod takým uhlom pod akým bola projekcia získaná.

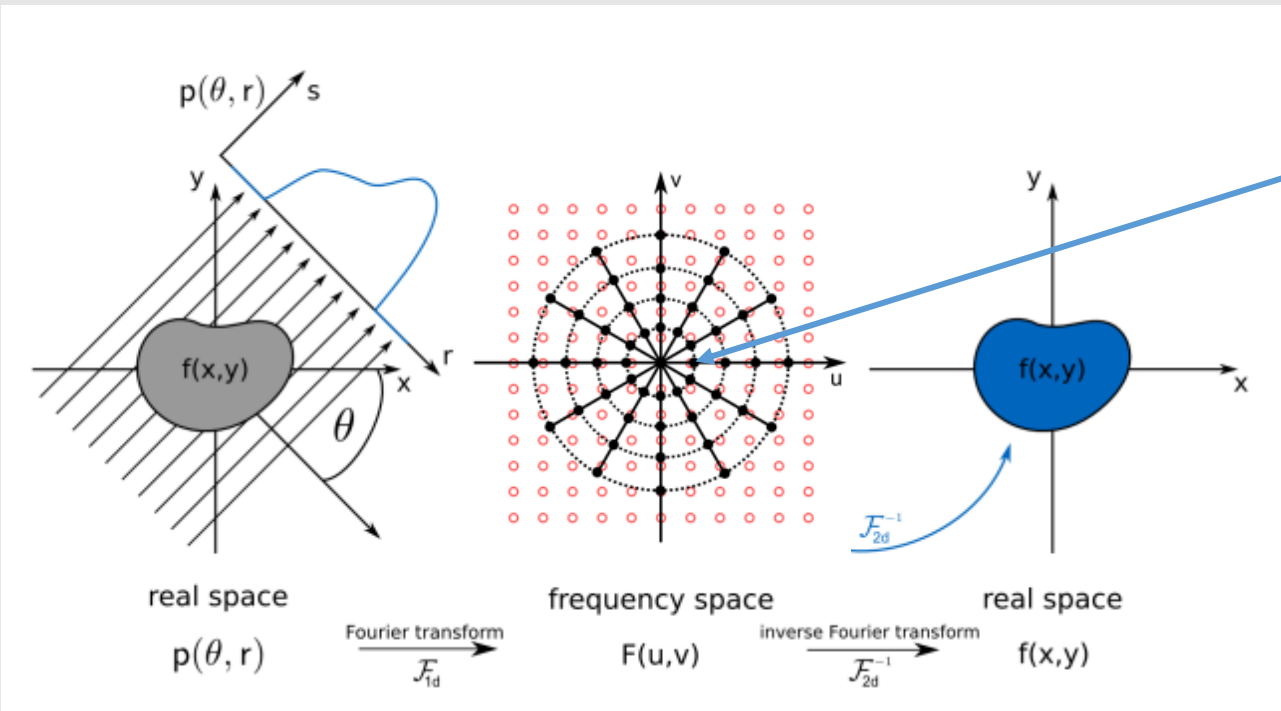


Počítačová tomografia - *Radonova transformácia*

Fourierova teória rezov (Fourier slice teorem)

S nástupom výkonnej výpočtovej techniky bolo možné naplno využiť závislosť medzi 2D spektrom rezu a 1D spektrom jednotlivých priemetov pri rôznej rotácii.

- Každý obraz je možné reprezentovať v spektrálnej oblasti.
- Ak poznáme 2D spektrum rezu, môžeme tento rez obnoviť pomocou inverznej 2D DFT
- Z Fourierovej teórie rezov vyplýva, že 2D spektrum rezu je možné zostaviť z 1D spektra jednotlivých projekcií tak, že spektra jednotlivé jednotlivých projekcií sa umiestnia do 2D roviny pod takým uhlom pod akým bola projekcia získaná.



- Získané 2D spektrum však nebude obsahovať všetky frekvenčné zložky pôvodného rezu!
- **Nízke frekvencie sú v spektre zastúpené vo vyššej miere ako vysoké frekvencie.**
- Je potrebné zaradiť HP filter.
- Fourierova teória rezov je v súčasnosti využívaná viac ako spätná projekcia.



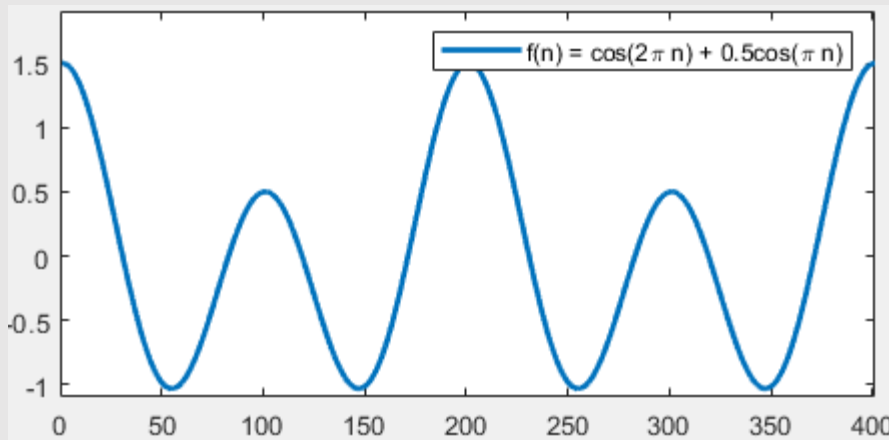
Číslicové spracovanie obrazov

Prednáška č. 9

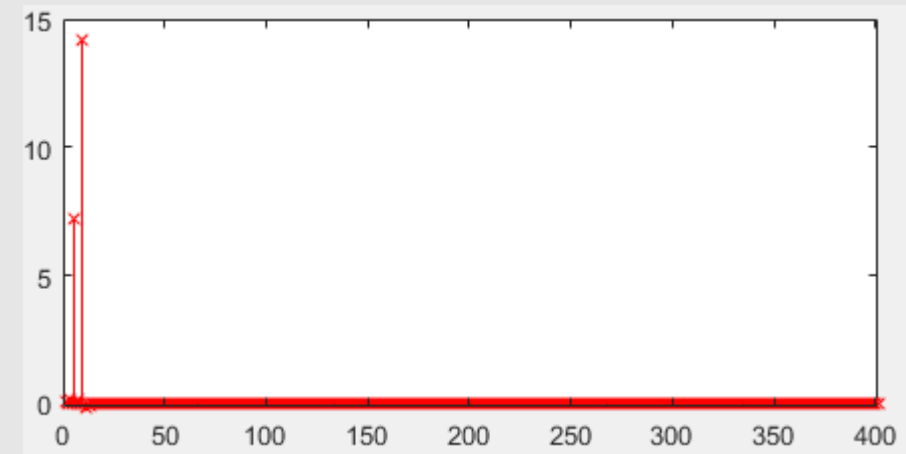
- Scale-Invariant Feature Transform
- Počítačová tomografia
- **Kompresívne snímanie**

Kompresívne snímanie – Sparzita – „riedkoscť“

- V kompresii signálov a obrazov zvyčajne využívame nejaký typ transformácie. Tieto transformácie sa využívajú na odstránenie redundancie. Zatiaľ sme s obrazom pracovali v priestore DOT (DCT, WHT, HT, DWT, DFT a pod.) prípadne v priestore predikčných chýb.
- Tieto transformácie potláčajú redundanciu tak, že odstraňujú koreláciu. Zároveň, môžeme pozorovať, že pre popísanie signálu alebo obrazu v priestore DOT postačuje na prenos informácie v porovnaní s časovo-priestorovou oblasťou oveľa menej transformačných koeficientov.



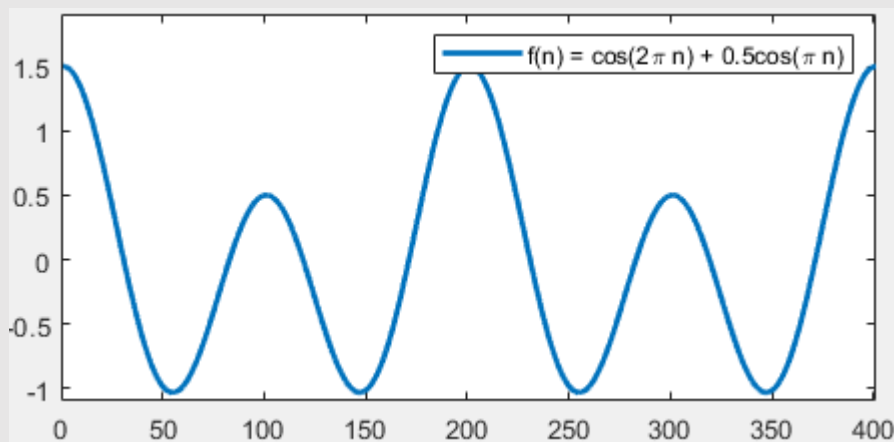
Signál v časovej oblasti (400 vzoriek)



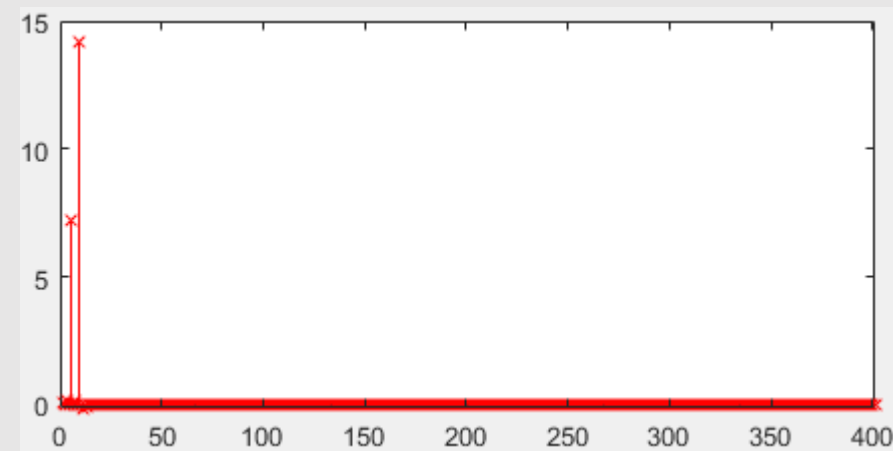
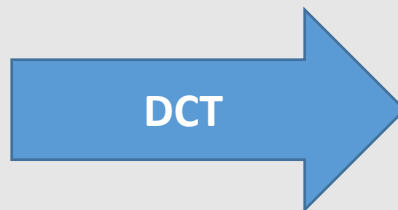
Signál v oblasti DCT koeficientov
(relevantné sú 2 koeficienty)

Signál, ktorý je možné popísať v inej oblasti pomocou k nenulových koeficientov má **sparzitu k (k sparse)**.

Kompresívne snímanie – Sparzita – „riedkosti“



Signál v časovej oblasti (400 vzoriek)



Signál v oblasti DCT koeficientov
(relevantné sú 2 koeficienty)

- Transformáciu signálu $f(n)$ môžeme vykonať pomocou transformačného jadra U nasledovne (zjednodušene, neuvažujeme normovanie)

$$s = U \cdot f(n)$$

- Spätnú transformáciu môžeme potom vykonať nasledovne

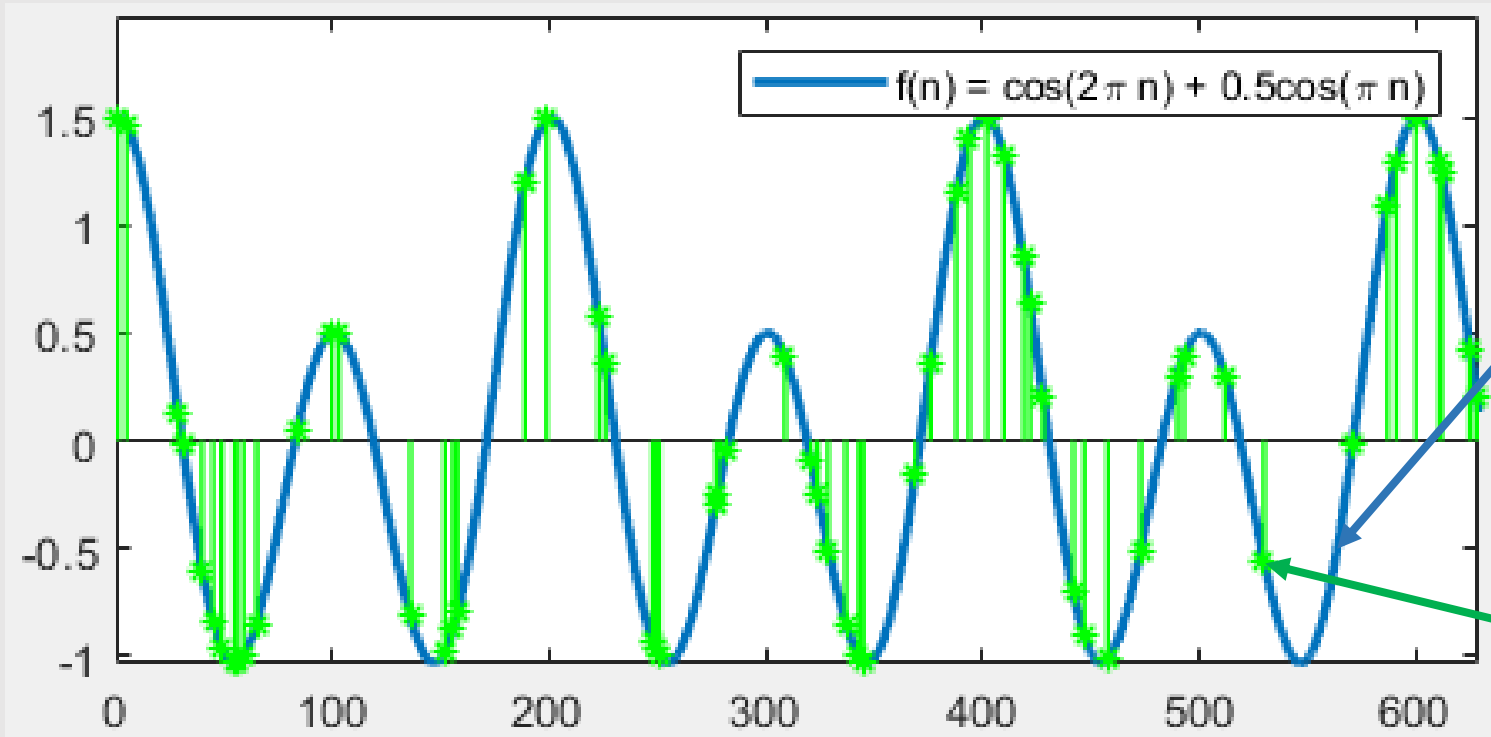
$$f(n) = U^T \cdot s$$

Obsahuje prevažne nulové koeficienty

- Pre náš príklad má signál $N=400$ vzoriek, teda jadro bude mať rozmer 400×400 (v matlabe $U = \text{dct}(\text{eye}(N, N))$)
- Signál v transformovanej oblasti bude mať tiež $N=400$ vzoriek, ale väčšina bude 0.

Kompresívne snímanie– Neshannonovské vzorkovanie

- Počas celého štúdia sme sa učili, že signál je nutné vzorkovať frekvenciou minimálne 2x vyššou ako je najvyššia frekvenčná zložka vzorkovaného signálu.
- Toto vo všeobecnosti platí pre širokospektrálne signály, u ktorých nevieme využiť sparzitu.
- Podstata kompresívneho snímania spočíva v tom, že už pri vzorkovaní odoberieme zo signálu len zlomok vzoriek, ale spoliehame sa na to, že v tomto malom počte vzoriek bude obsiahnutá esenciálna časť informácie o celom signále. **Vzorkujeme náhodne.**

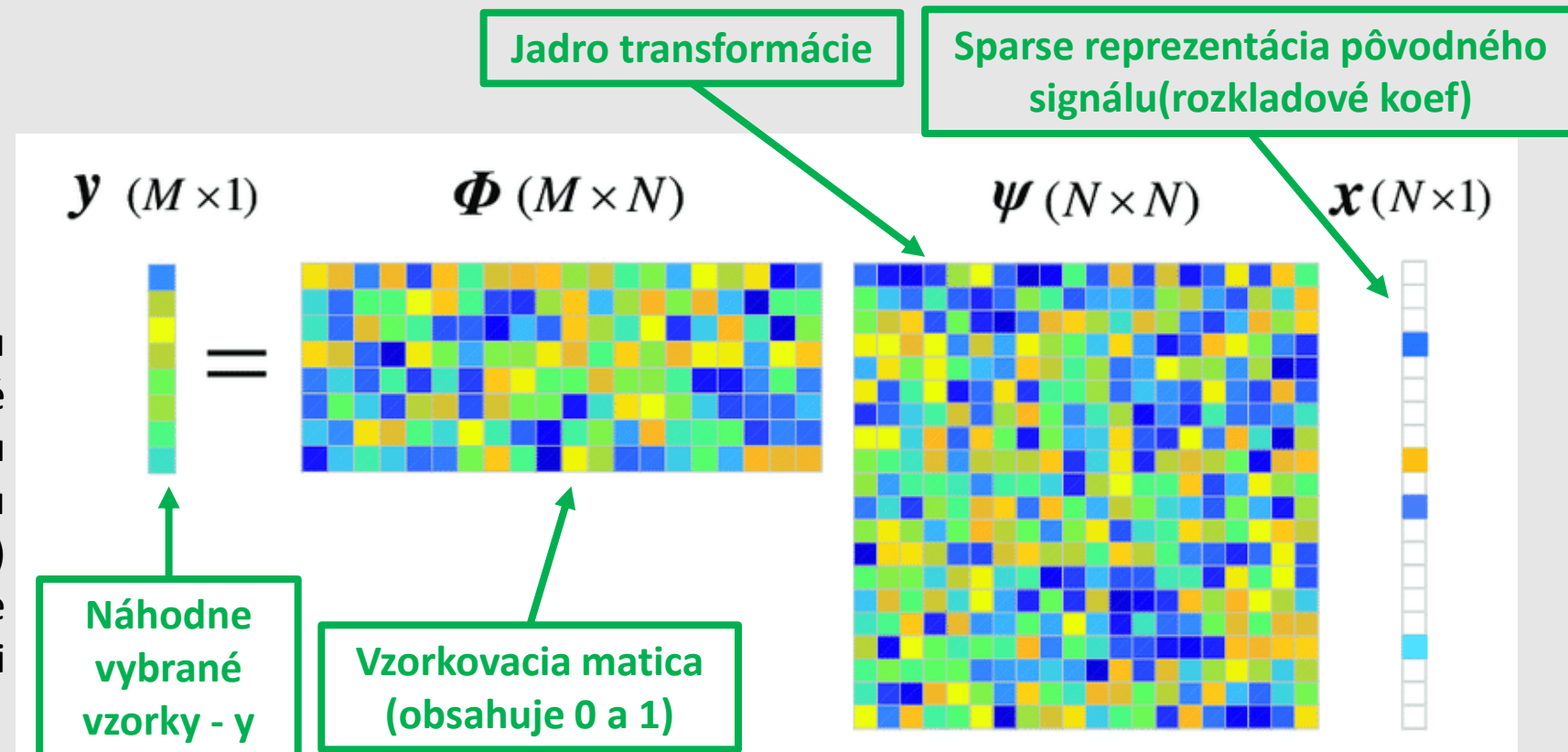


Vidíme, že túto časť signálu nemáme vzorkovanú vôbec, čo by pri klasickej rekonštrukcii predstavovalo problém.

Náhodne vybrané vzorky - y

Kompresívne snímanie– Neshannonovské vzorkovanie

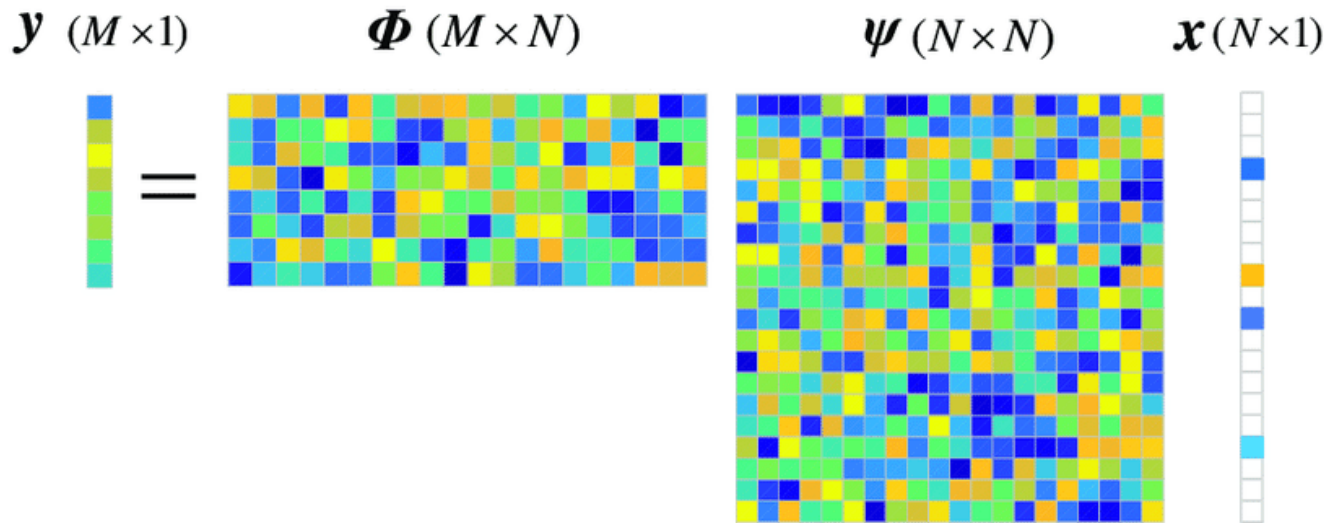
- Počas celého štúdia sme sa učili, že signál je nutné vzorkovať frekvenciou minimálne 2x vyššou ako je najvyššia frekvenčná zložka vzorkovaného signálu.
- Toto vo všeobecnosti platí pre širokospektrálne signály, u ktorých nevieme využiť sparzitu.
- Podstata kompresívneho snímania (CS) spočíva v tom, že už pri vzorkovaní odoberieme zo signálu len zlomok vzoriek, ale spoliehame na to, že v tomto malom počte vzoriek bude obsiahnutá informácia. Vzorkujeme preto náhodne.
- Tu na scénu vstupuje sparzita.



Nasledujúca ilustrácia zobrazuje filozofiu CS. Predpokladá sa, že náhodne vybrané vzorky signálu sa s využitím DOT dajú získať ak vzorkovacou maticou (zabezpečuje náhodné vzorkovanie) vynásobíme jadro transformácie a to je násobené rozkladovými koeficientami (uvažujeme že sú „sparse“).

Kompresívne snímanie— **Neshannonovské vzorkovanie**

- Problém tohto konceptu spočíva v tom, že systém je **poddeterminovaný** (viac neznámych ako rovníc) a teda s daným transformačným jadrom je možné vytvoriť signál y pomocou veľkého (nekonečného) množstva kombinácií spektrálnych koeficientov x .

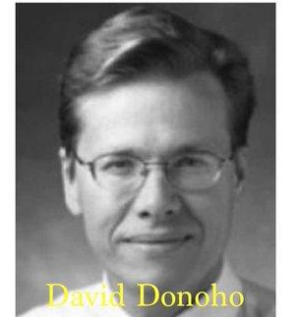
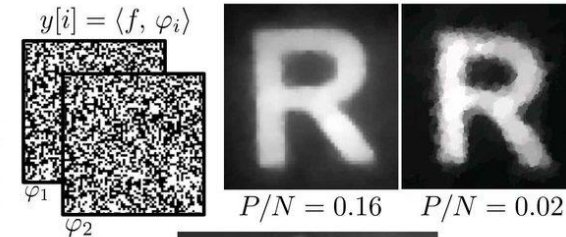
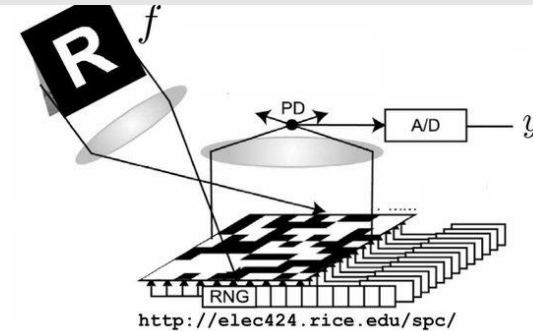


Compressed Sensing

David L. Donoho, *Member, IEEE*

Abstract—Suppose x is an unknown vector in \mathbb{R}^m (a digital image or signal); we plan to measure n general linear functionals of x and then reconstruct. If x is known to be compressible by transform coding with a known transform, and we reconstruct via the nonlinear procedure defined here, the number of measurements n can be dramatically smaller than the size m . Thus, certain natural classes of images with m pixels need only $n = O(m^{1/4} \log^{5/2}(m))$ nonadaptive nonpixel samples for faithful recovery, as opposed to the usual m pixel samples.

More specifically, suppose x has a sparse representation in some orthonormal basis (e.g., wavelet, Fourier) or tight frame (e.g., curvelet, Gabor)—so the coefficients belong to an ℓ_p ball for $0 < p \leq 1$. The N most important coefficients in that expansion allow reconstruction with ℓ_2 error $O(N^{1/2-1/p})$. It is possible to design $n = O(N \log(m))$ nonadaptive measurements allowing reconstruction with accuracy comparable to that attainable with direct knowledge of the N most important coefficients. Moreover, a good approximation to those N important coefficients is extracted from the n measurements by solving a linear program—*Basis Pursuit* in signal processing. The nonadaptive measurements have the character of “random” linear combinations of basis/frame elements. Our results use the notions of optimal recovery, of n -widths, and information-based complexity. We estimate the Gel’fand n -widths of ℓ_p balls in high-dimensional Euclidean space in the case $0 < p \leq 1$, and give a criterion identifying near-optimal subspaces for Gel’fand n -widths. We show that “most” subspaces are near-optimal, and show that convex optimization (Basis Pursuit) is a near-optimal way to extract information derived from these near-optimal subspaces.



- Ešte pred približne 20 rokmi, sa tento problém považoval za neriešiteľný.
- V roku 2006 pán Donoho v článku **Compressed sensing** prišiel s geniálnym nápadom ako, za účelom nájdania správnej kombinácie koeficientov vo vektore x , využiť L1 normu.
- Druhou podstatnou okolnosťou je obrovský rozmach výpočtového výkonu a vývoj optimalizačných algoritmov.

Kompresívne snímanie – *L1 a L2 a norma*

- Čo je L norma?
 - V podstate je to minimálna vzdialenosť prvku, priamky, roviny atď. od začiatku n-rozmerného súradnicového systému
- **p-normu** ľubovoľného vektora X (signálu, spektra ...) vypočítame pomocou vzťahu:

$$\|s\|_p = \sum_{i=1}^N (|x_i|)^p$$

- Potom L1 a L2 norma sú definované nasledovne:

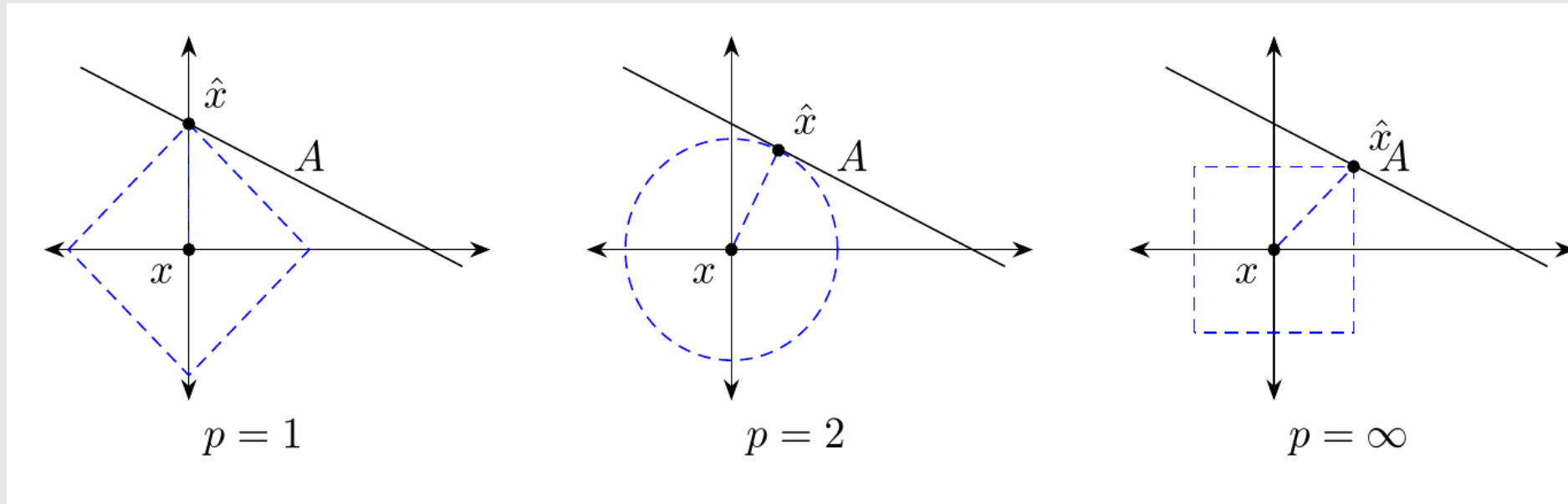
$$\|s\|_1 = \sum_{i=1}^N |x_i|$$

$$\|s\|_2 = \sum_{i=1}^N x_i^2$$

- Je potrebné si uvedomiť, že signál s N vzorkami je N rozmerný vektor (môžeme uvažovať ako súradnice bodu v N-rozmernom priestore). Častokrát sa pri vysvetľovaní L normy stretneme s príkladom výpočtu minimálnej vzdialenosti priamky od počiatku súradnicového systému v 2D priestore.

Kompresívne snímanie– *L1 a L2 a norma*

- Je potrebné si uvedomiť, že signál s N vzorkami je N rozmerný vektor (môžeme uvažovať ako súradnice bodu v N-rozmernom priestore). Častokrát sa pri vysvetľovaní L normy stretne s príkladom výpočtu minimálnej vzdialenosti priamky v 2D priestore.



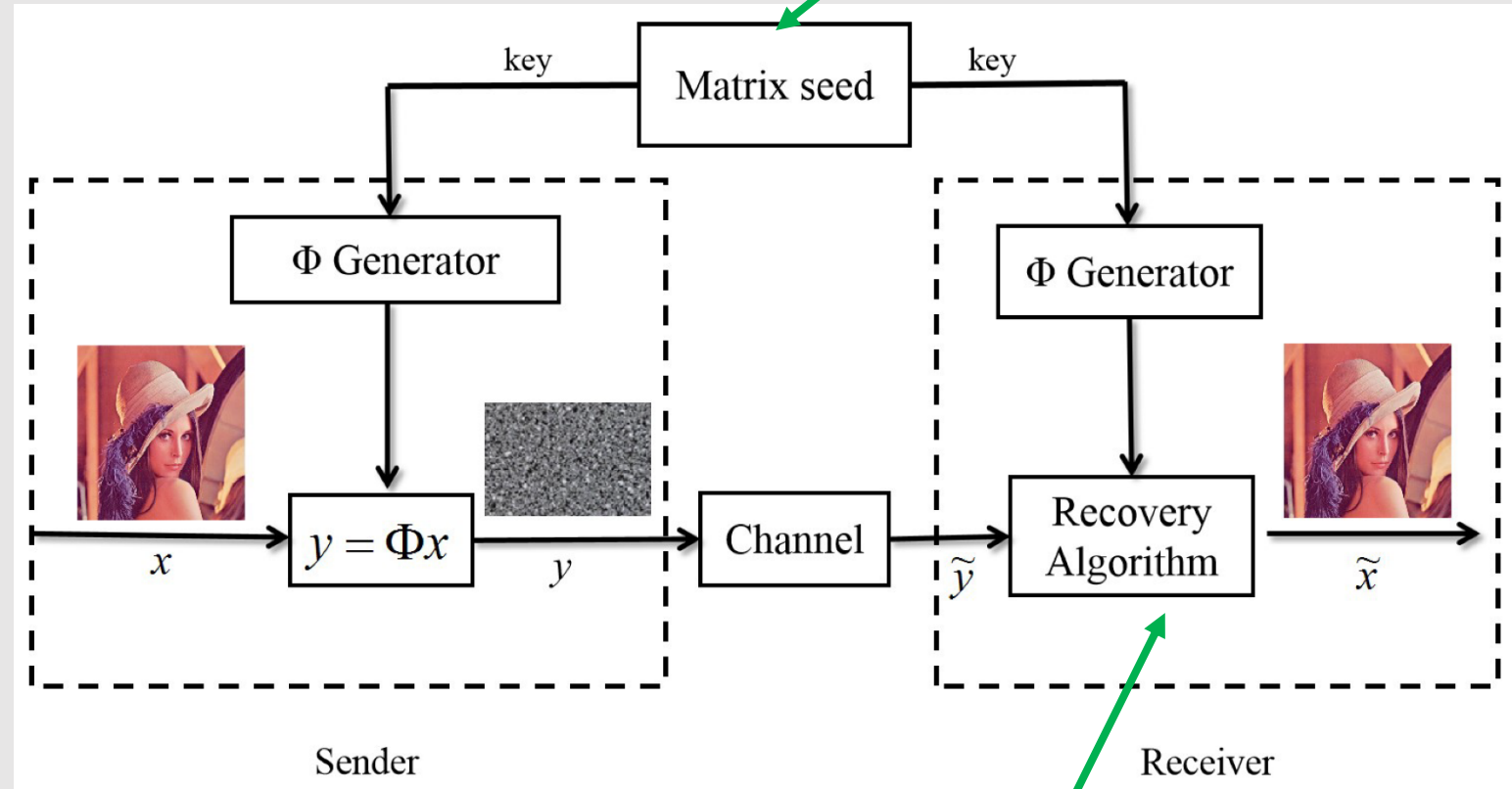
$$\|s\|_p = \sum_{i=1}^N (|x_i|)^p$$

- L1 norma redukuje vzdialenosť na jednu z osí x y, teda jedna zo súradníc bude nulová.
- L2 norma síce presnejšie nájde najbližší bod priamky A k počiatku súradnicového systému, ale nevýhodou je, že nevynuluje žiadnu zo súradníc. **Túto normu poznáme ako metódu najmenších štvorcov, prípadne hľadanie riešenia poddeterminovaného systému pomocou pseudoinverznej matice.**
- **Pre CS platí, že vektor x s minimálnou L1 normou najlepšie popisuje príspevky jednotlivých bázových funkcií jadra k vytvoreniu podvzorkovaného signálu y .**

Kompresívne snímanie – Základný model

Kompresné snímanie si v zjednodušenej forme môžeme predstaviť nasledovne:

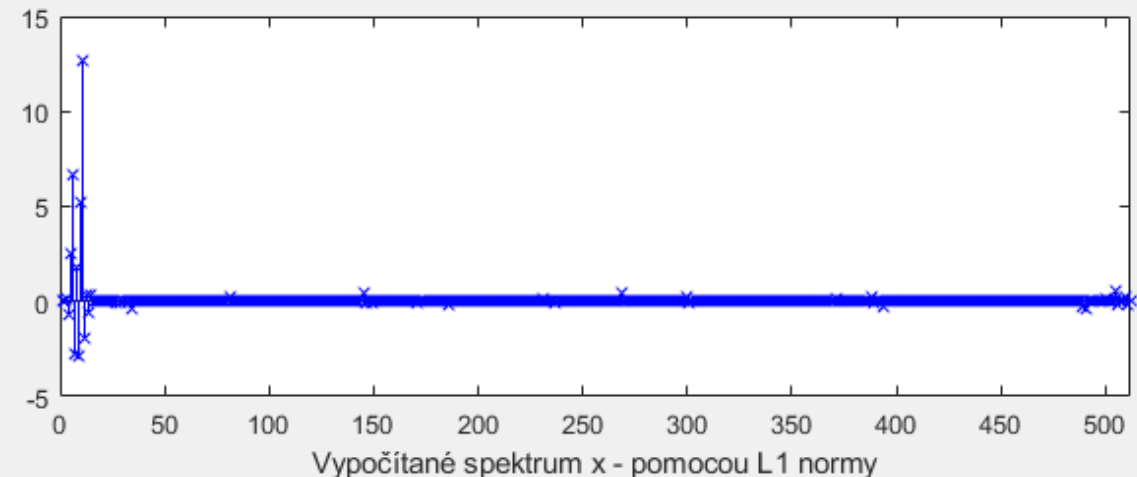
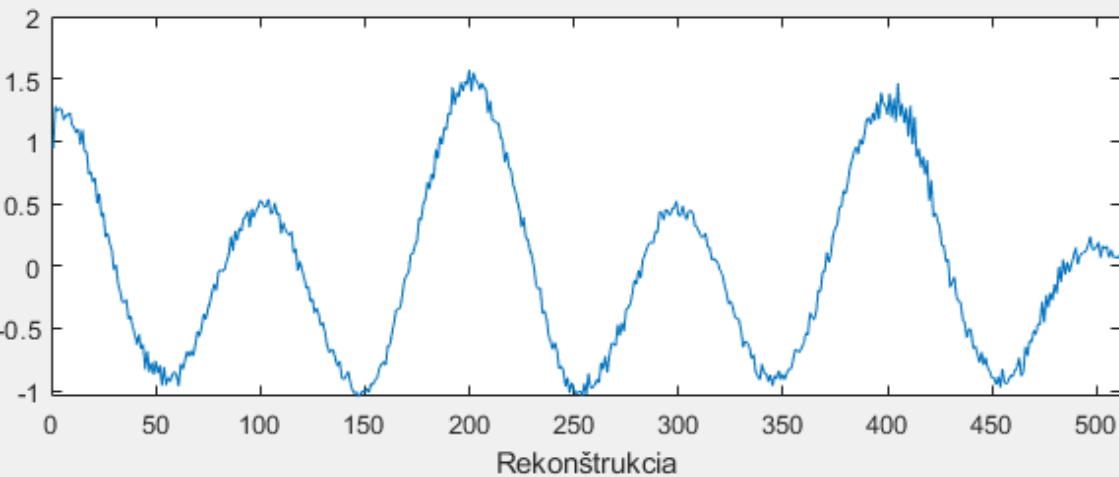
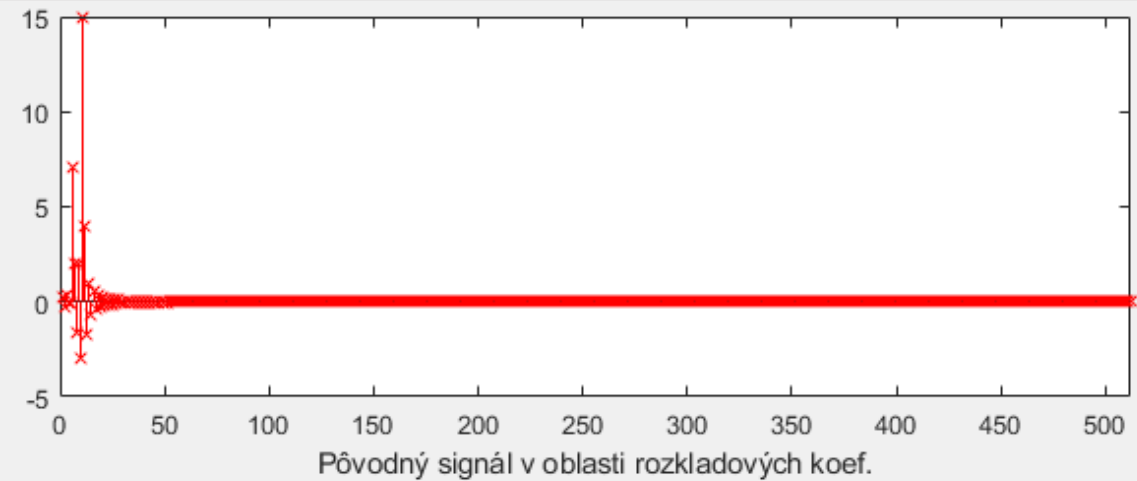
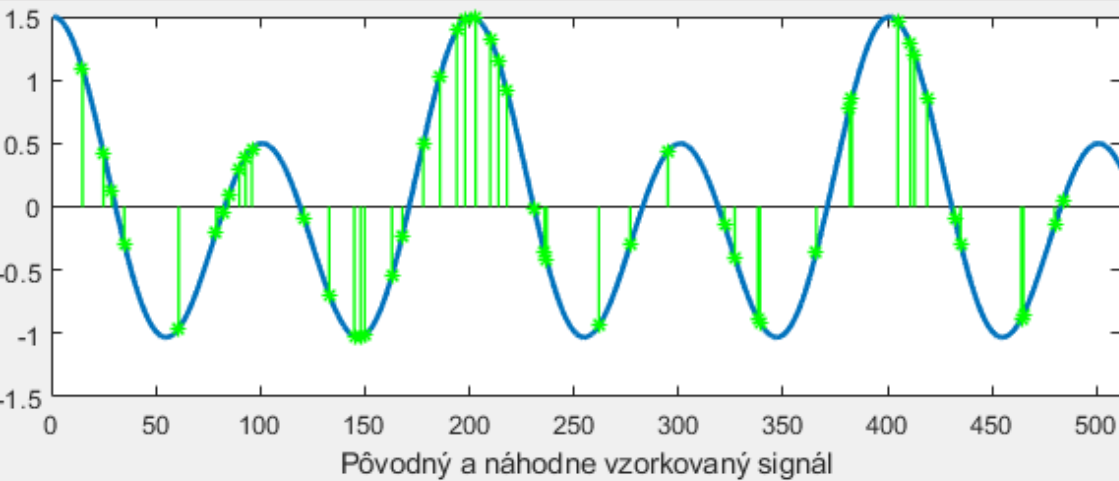
- Na strane vysielača sa vyberie malé množstvo vzoriek z povodeného obrazu/signálu. **Môže sa to aplikovať priamo na CCD snímači.**
- Na stranu prijímača sa zašle informácia o náhodnej **vzorkovacej matici** a komprimovaný signál y .
- Na strane prijímača sa vhodným algoritmom nájde **vektor x** (napr. pomocou L1 normy), ktorý predstavuje rozkladové koeficienty – spektrum.
- Ak sa také spektrum nájde, použije sa spolu s transformačným jadrom na rekonštrukciu pôvodného signálu.
- **Rekonštrukcia nemusí byť bezstratová!**



**Algoritmy pre určenie x s pomocou L1 normy prevyšujú náplň prednášok z ČSO.*

Kompresívne snímanie – Praktické ukážky

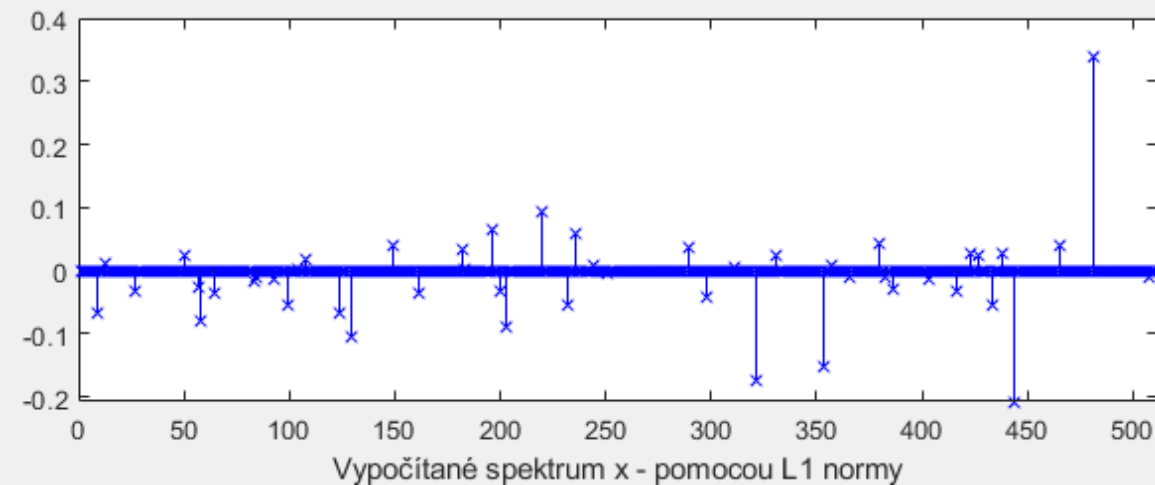
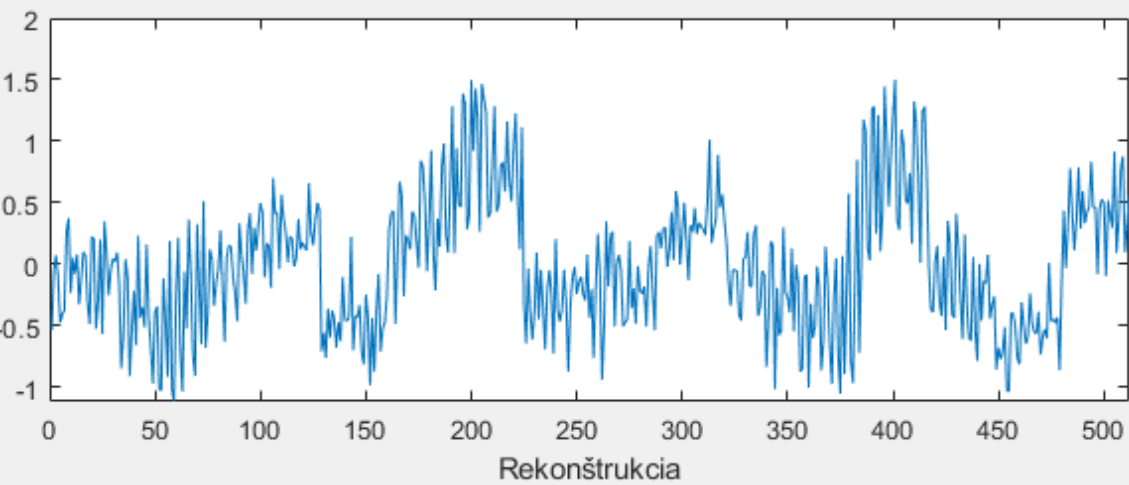
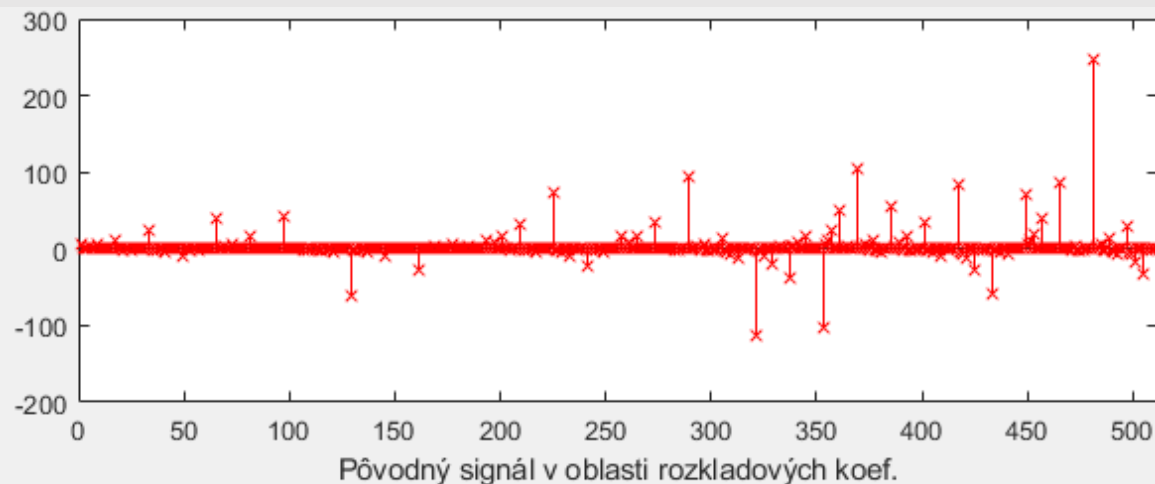
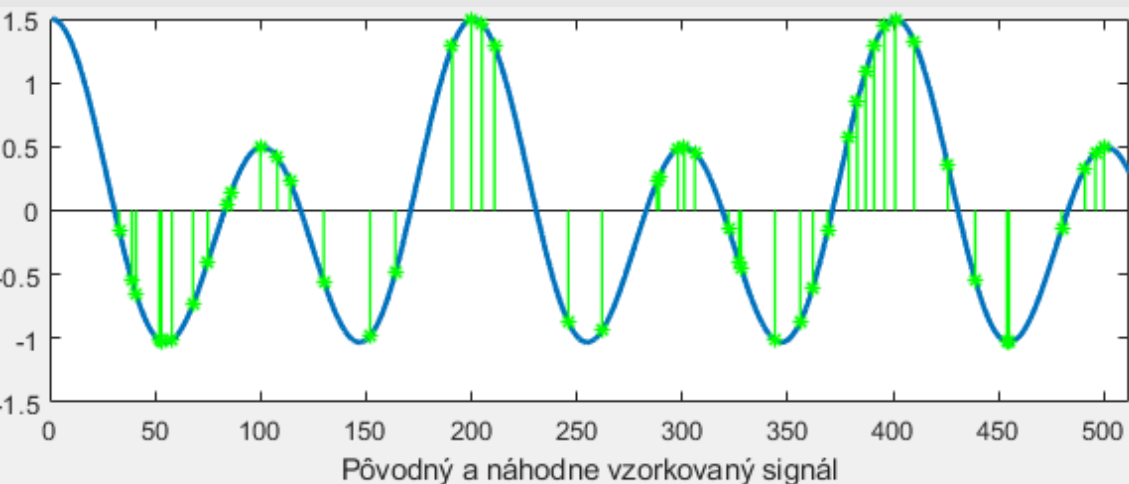
Uvažujeme 1D signál s počtom vzoriek $N=512$ a náhodným vzorkovaním vyberieme 10% vzoriek, ako jadro použijeme DCT



Kompresívne snímanie – *Praktické ukážky*

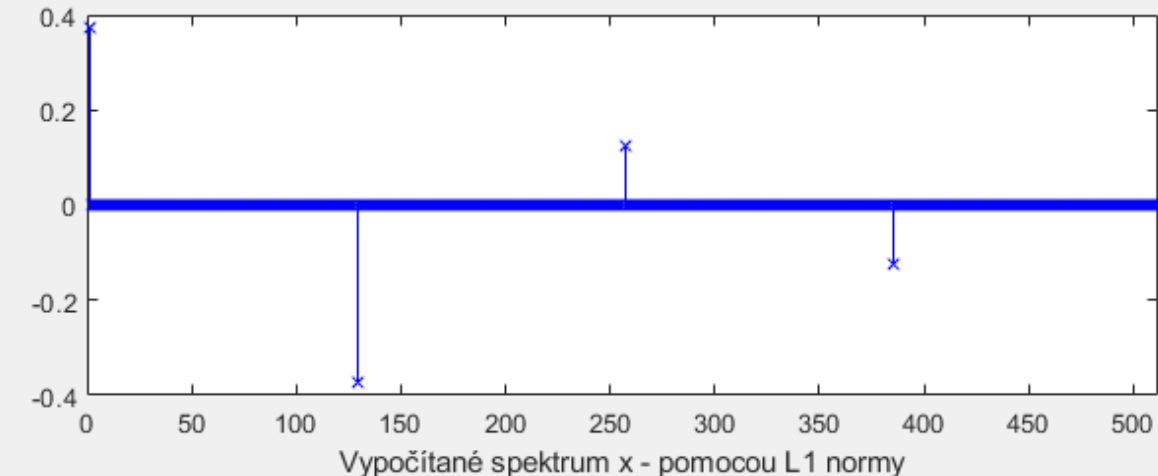
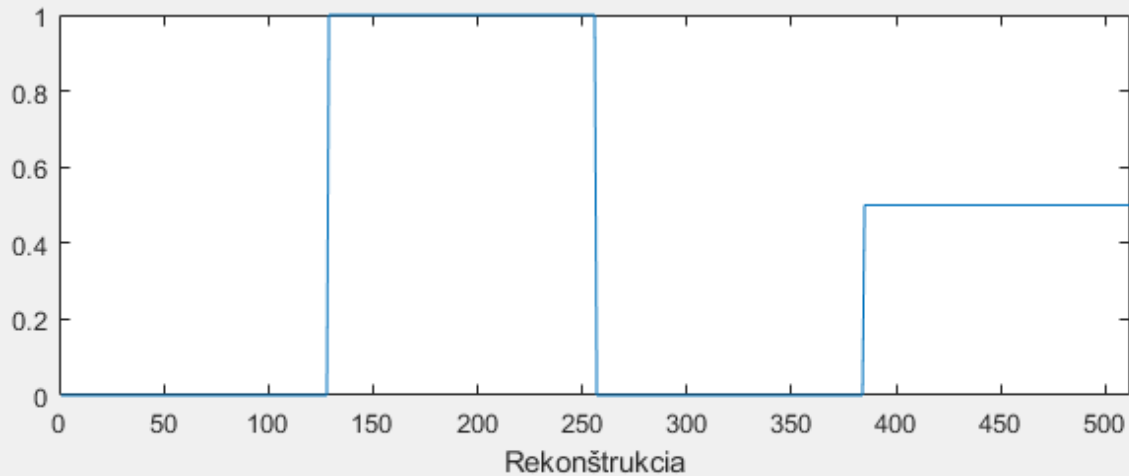
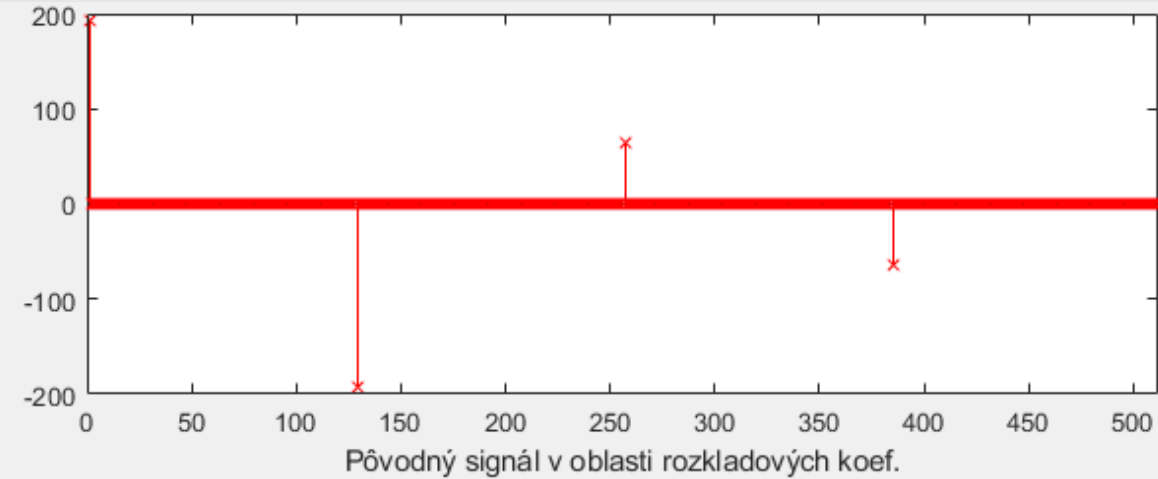
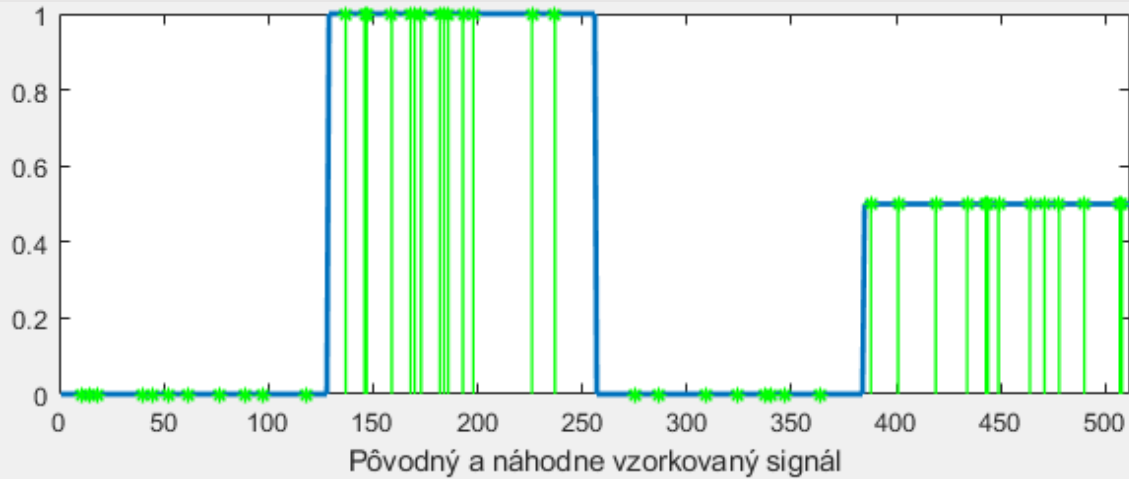
Uvažujeme 1D signál s počtom vzoriek $N=512$ a náhodným vzorkovaním vyberieme 10% vzoriek, s využitím Hadamartového jadra.

Je zrejmé, že nie každý signál hoc je v niektorej oblasti sparse, je možné v tejto oblasti v zmysle CS popísať!



Kompresívne snímanie – Praktické ukážky

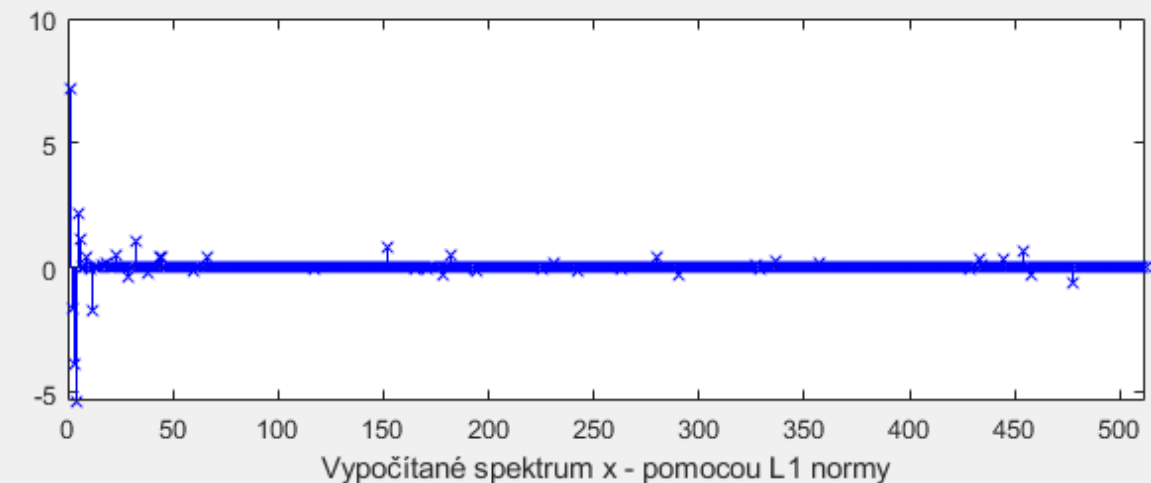
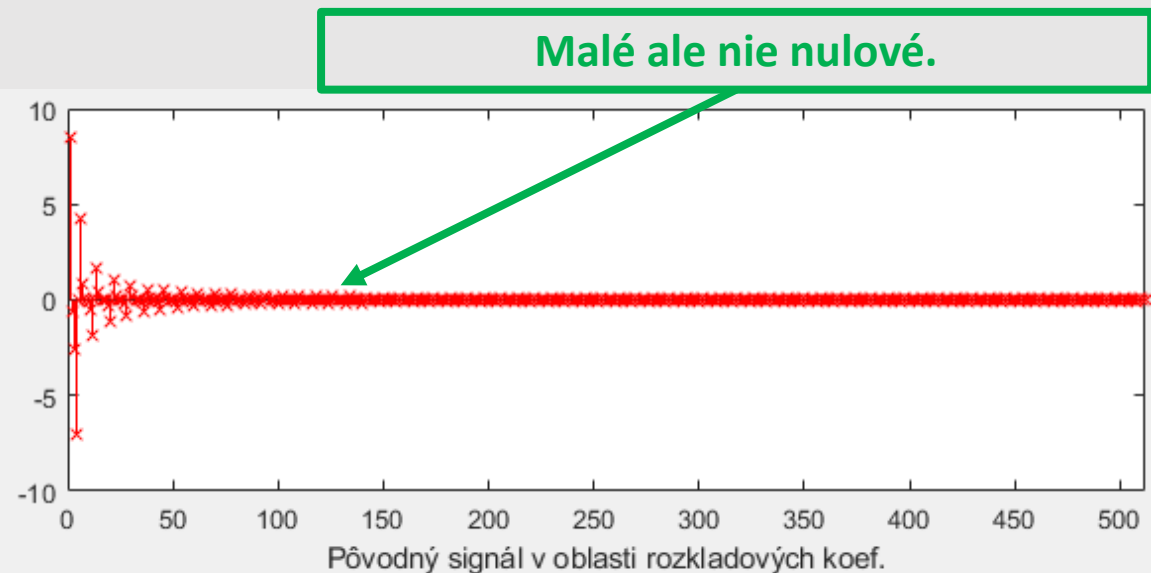
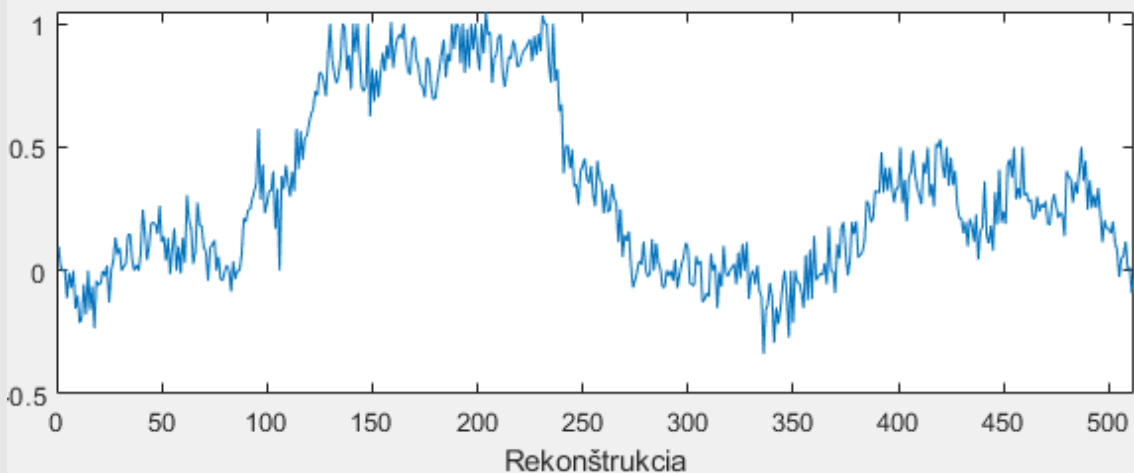
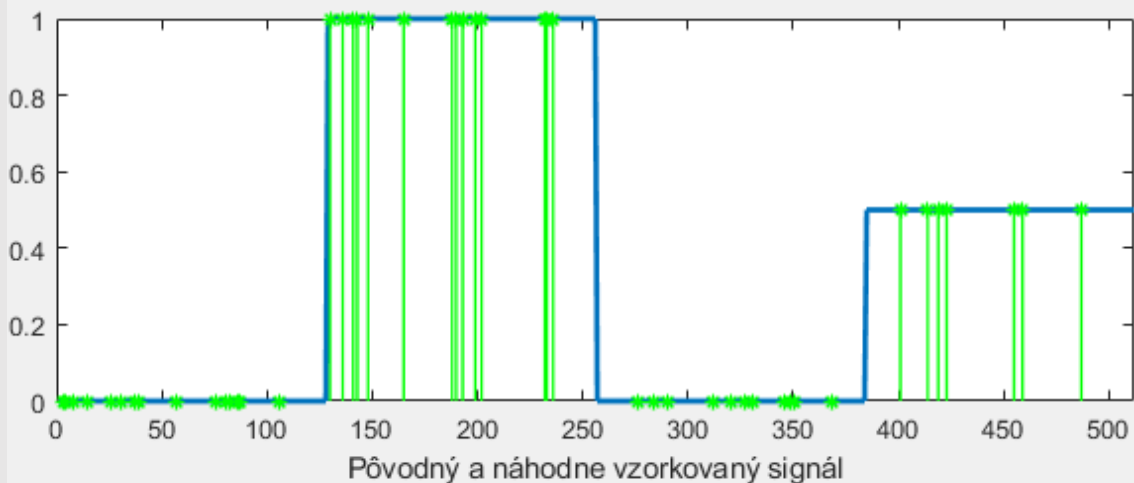
Uvažujeme 1D signál s počtom vzoriek $N=512$ a náhodným vzorkovaním vyberieme 10% vzoriek, s využitím Hadamartového jadra.



Kompresívne snímanie – *Praktické ukážky*

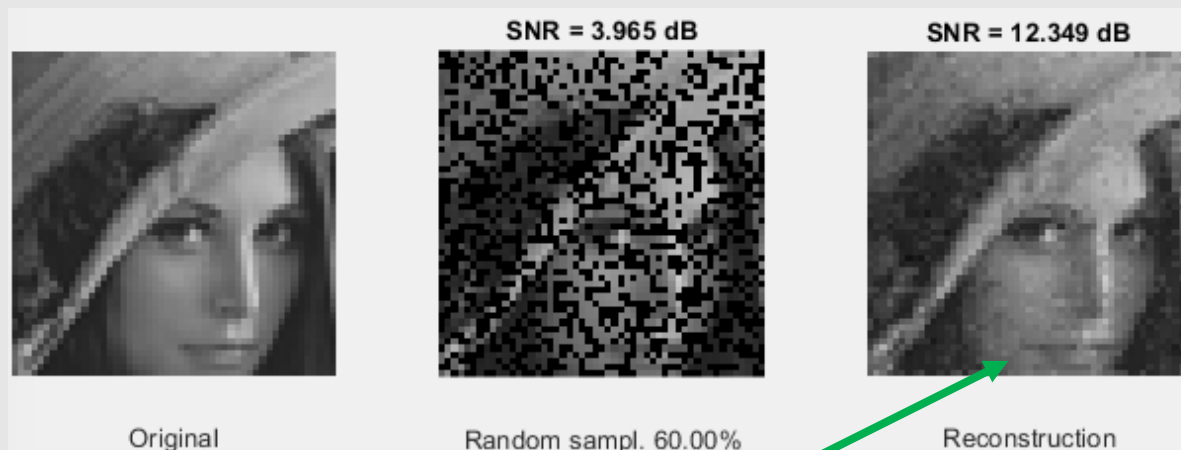
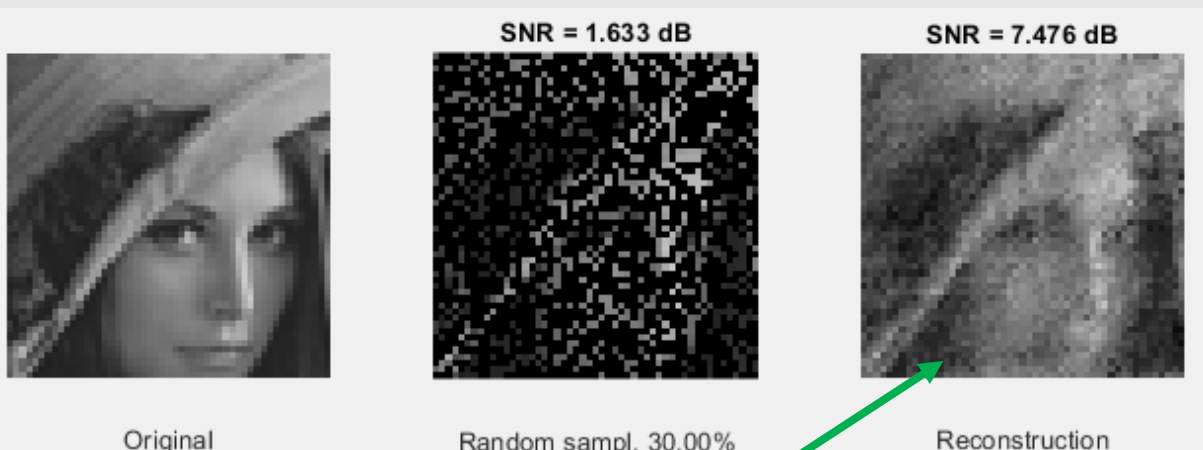
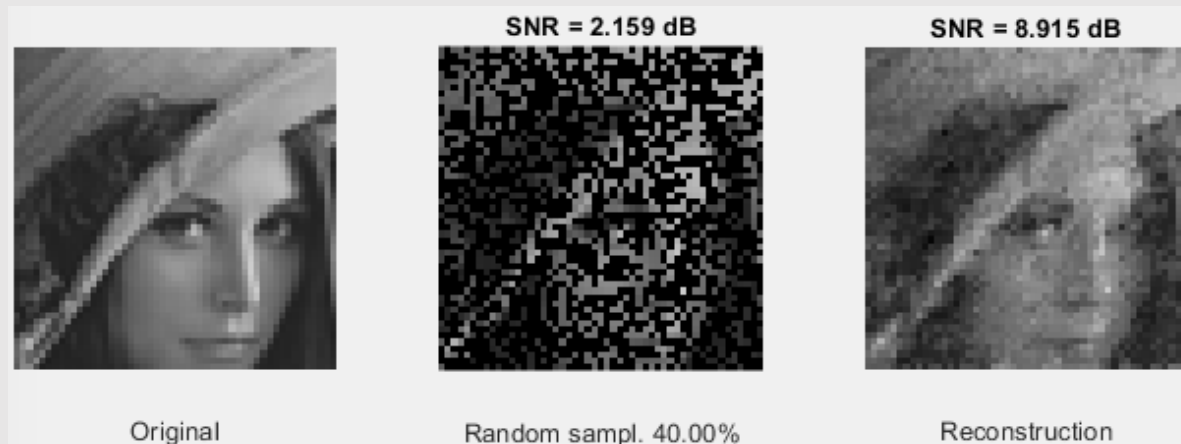
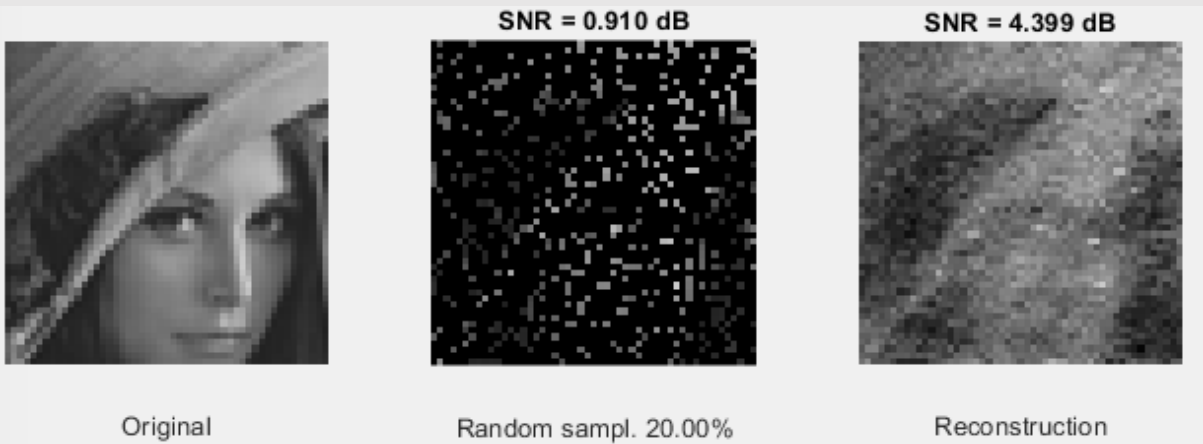
Uvažujeme 1D signál s počtom vzoriek $N=512$ a náhodným vzorkovaním vyberieme 10% vzoriek, s využitím DCT jadra.

Je zrejmé, že nie každý signál je sparse v každej oblasti!



Kompresívne snímanie – Praktické ukážky

Uvažujeme obraz s rozmerom 32x32 op, s využitím DCT jadra.



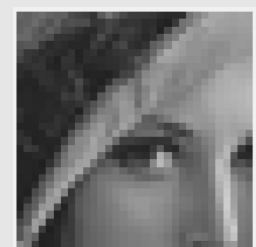
Zďaleka nie dobré , ale veľmi hrubá aproximácia tam je!

Nedokonalé, ale čitateľné!

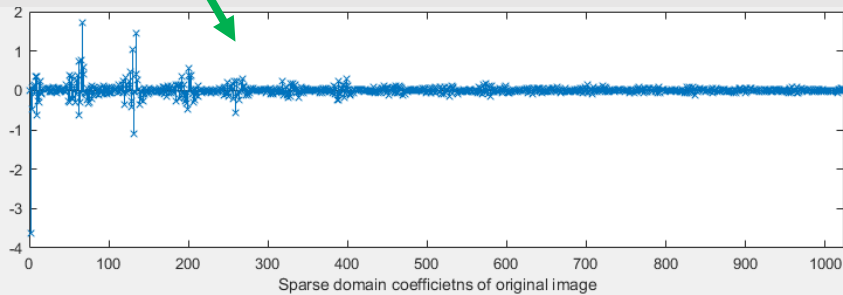
Kompresívne snímanie – Praktické ukážky

Uvažujeme obraz s rozmerom 32x32 op, s využitím DCT resp. Hadamardového jadra (zachovaných 60% vzoriek).

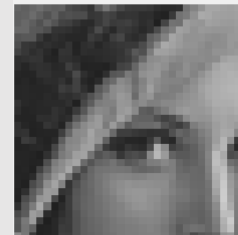
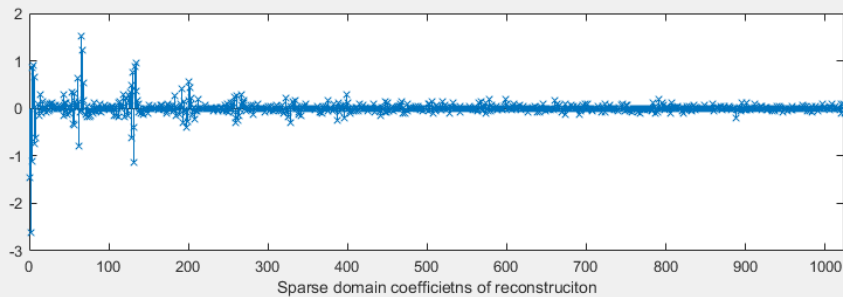
Zdá sa, že v DCT oblasti je obraz viac sparse.



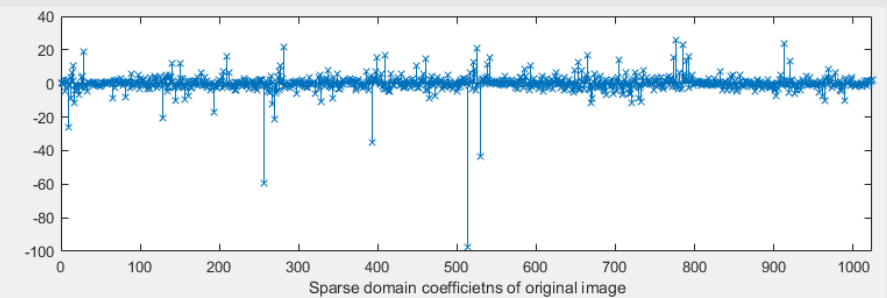
Original image



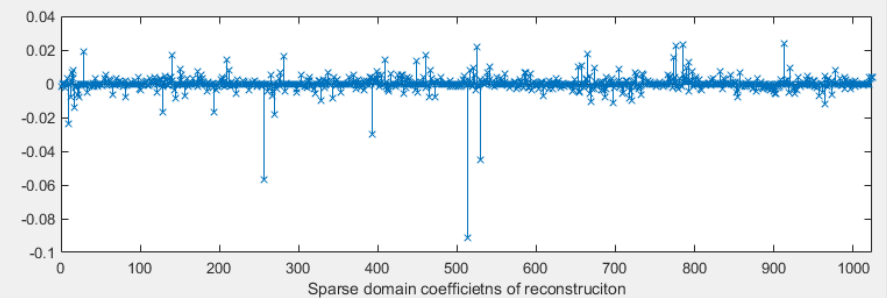
Reconstrucion



Original image



Reconstrucion

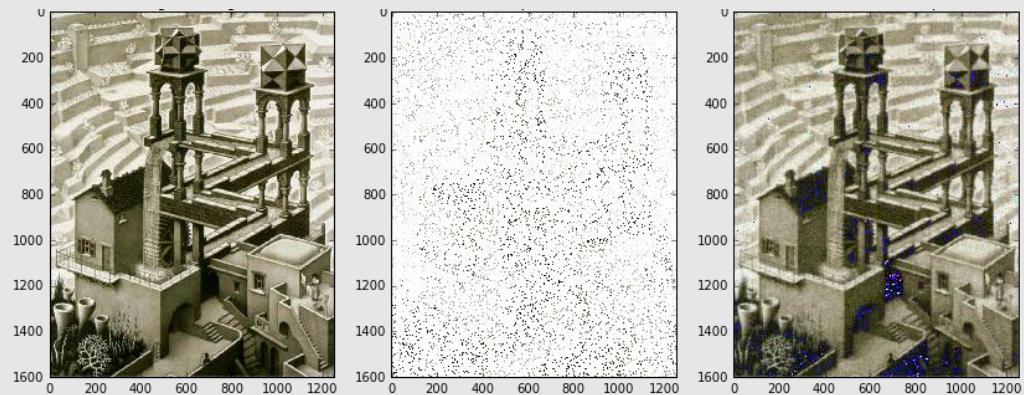
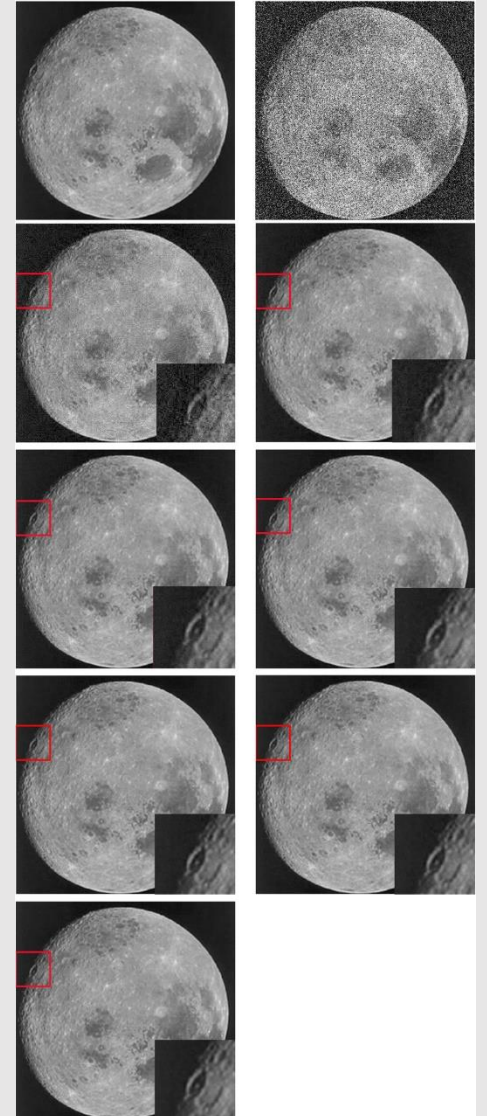


Kompresívne snímanie – Praktické ukážky

Existujú aj pokročilejšie a oveľa účinnejšie techniky CS. Od roku 2006 bolo publikované veľké množstvo prístupov, ktoré využívajú neurónové siete, rôzne slovníky, štatistické vlastnosti a pod.

K čomu to vlastne je?

- Kompresia
- Výrazná úspora energie rôznych snímačov - predlžovanie doby ich prevádzky (napr. z batérie)
- Zníženie dávky radiácie a doby skenovania pri CT batoliat (deti nedobro znášajú sedatíva).
- Výpočet aproximácie signálu pri jeho nekompletnom zachytení.
- Potláčanie šumu.
- V astronómii.
- Mnoho ďalších.



Ďakujem za pozornosť!

Náplň predmetu je vyčerpaná, snád' vám to rozšírilo úroveň poznania.



- **Nabudúce budú prezentovať svoje práce vaši spolužiaci:**
 - L. S. - Automatická optická kontrola kvality osadenia DPS (20min)
 - B. V. - Využitie siete LORA v oblasti spracovania obrazu (20min)
 - V. M. - Techniky segmentácie a klasifikácie objektov v obraze (20min)

