



**Fakulta elektrotechniky  
a informatiky**

**Ing. Peter Lukács, PhD.**

# Počítačové inžinierstvo v elektronike

## LS 2022/2023

**Boolova algebra a realizácia logických funkcií – riešenie vzorových príkladov**

# Neudeľujem súhlas na vyhotovenie audio-vizuálneho záznamu!

- Je zakázané vytvárať akýkoľvek zvukový, vizuálny alebo audio-vizuálny záznam.
- Môžu byť použité právne prostriedky, ak sa ktorákoľvek časť tejto videokonferencie bude šíriť bez súhlasu autora.

- *Zákon č. 18/2018 Zz - Zákon o ochrane osobných údajov*
- *Zákon č. 185/2015 Z. z. Autorský zákon*



**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a}.b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a}.b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

	Zákony súčtu	Zákony súčinu
Komutatívny zákon	$a + b = b + a$	$a.b = b.a$
Asociatívny zákon	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(b.c) = (a.b)c$
Distributívny zákon	$(a + b)(a + c) = a + b.c$	$a.b + a.c = a(b + c)$
Neutralita 0 a 1	$a + 0 = a$	$a.1 = a$
Agresivita 0 a 1	$a + 1 = 1$	$a.0 = 0$
Zákon vylúčenia tretieho	$a + \bar{a} = 1$	$a.\bar{a} = 0$
Zákon absorpcie	$a + a = a$	$a.a = a$
	$a + a.b = a$	$a(a + b) = a$
Zákon absorpcie negácie	$a(\bar{a} + b) = ab$	$a + \bar{a}b = a + b$
	$\bar{a}(a + b) = \bar{a}b$	$\bar{a} + ab = \bar{a} + b$

**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a}.b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

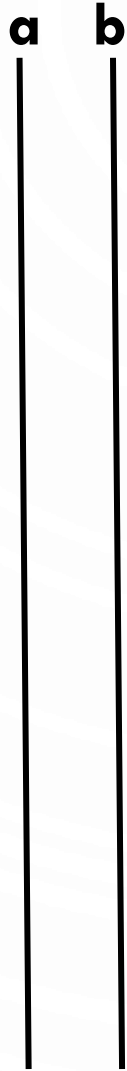
	Zákony súčtu	Zákony súčinu
Komutatívny zákon	$a+b=b+a$	$a.b=b.a$
Asociatívny zákon	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a(b.c)=(a.b)c$
Distributívny zákon	$(a+b)(a+c)=a+b.c$	$a.b+a.c=a(b+c)$
Neutralita 0 a 1	$a+0=a$	$a.1=a$
Agresivita 0 a 1	$a+1=1$	$a.0=0$
Zákon vylúčenia tretieho	$a+\bar{a}=1$	$a.\bar{a}=0$
Zákon absorpcie	$a+a=a$	$a.a=a$
	$a+a.b=a$	$a(a+b)=a$
Zákon absorpcie negácie	$a(\bar{a}+b)=ab$	$a+\bar{a}b=a+b$
	$\bar{a}(a+b)=\bar{a}b$	$\bar{a}+ab=\bar{a}+b$

**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a} \cdot b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

$$a + \bar{a}b = a + b$$

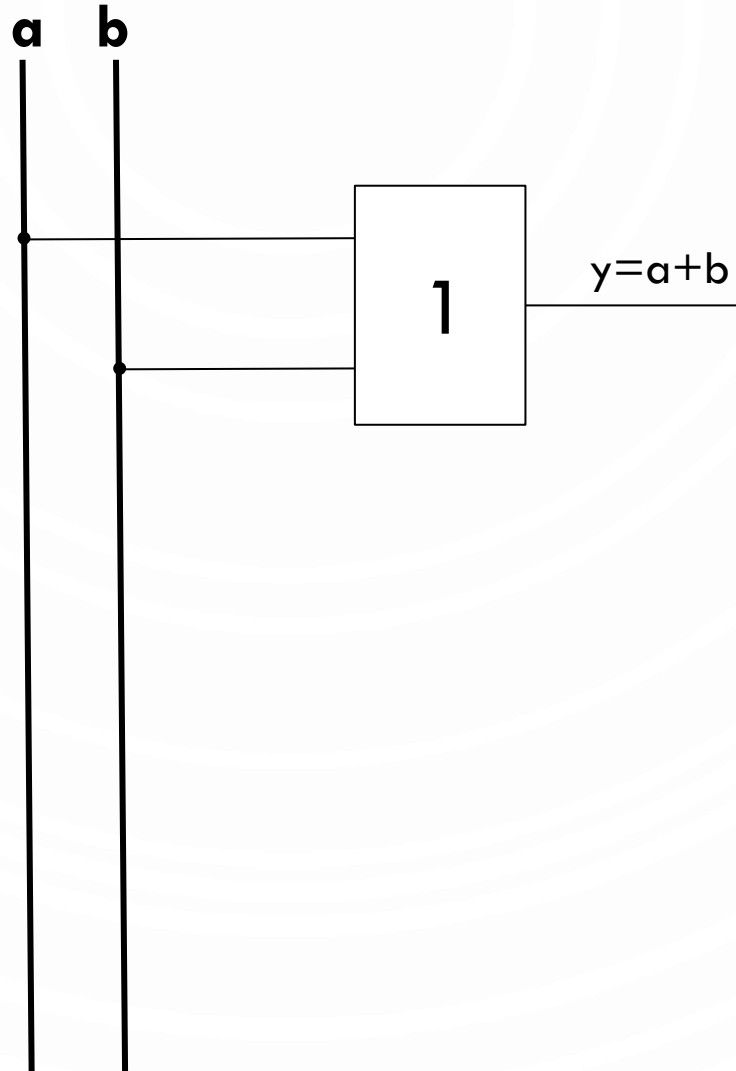
**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a} \cdot b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

$$a + \bar{a}b = a + b$$



**Príklad 1:** Upravte logickú funkciu  $a + \bar{a}.b$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

$$a + \bar{a}.b = a + b$$





**Príklad 2:** Upravte logickú funkciu  $a + b.c + \overline{b.c} + d$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

**Príklad 2:** Upravte logickú funkciu  $a+b.c+\overline{b.c}+d$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

## De Morganove zákony

$$a+b.c+\overline{b.c}+d = a+b.c+\overline{b.c}+d$$

Odporúčam využitie online nástrojov na zjednodušenie logických funkcií pomocou Boolovej algebry, napr.:

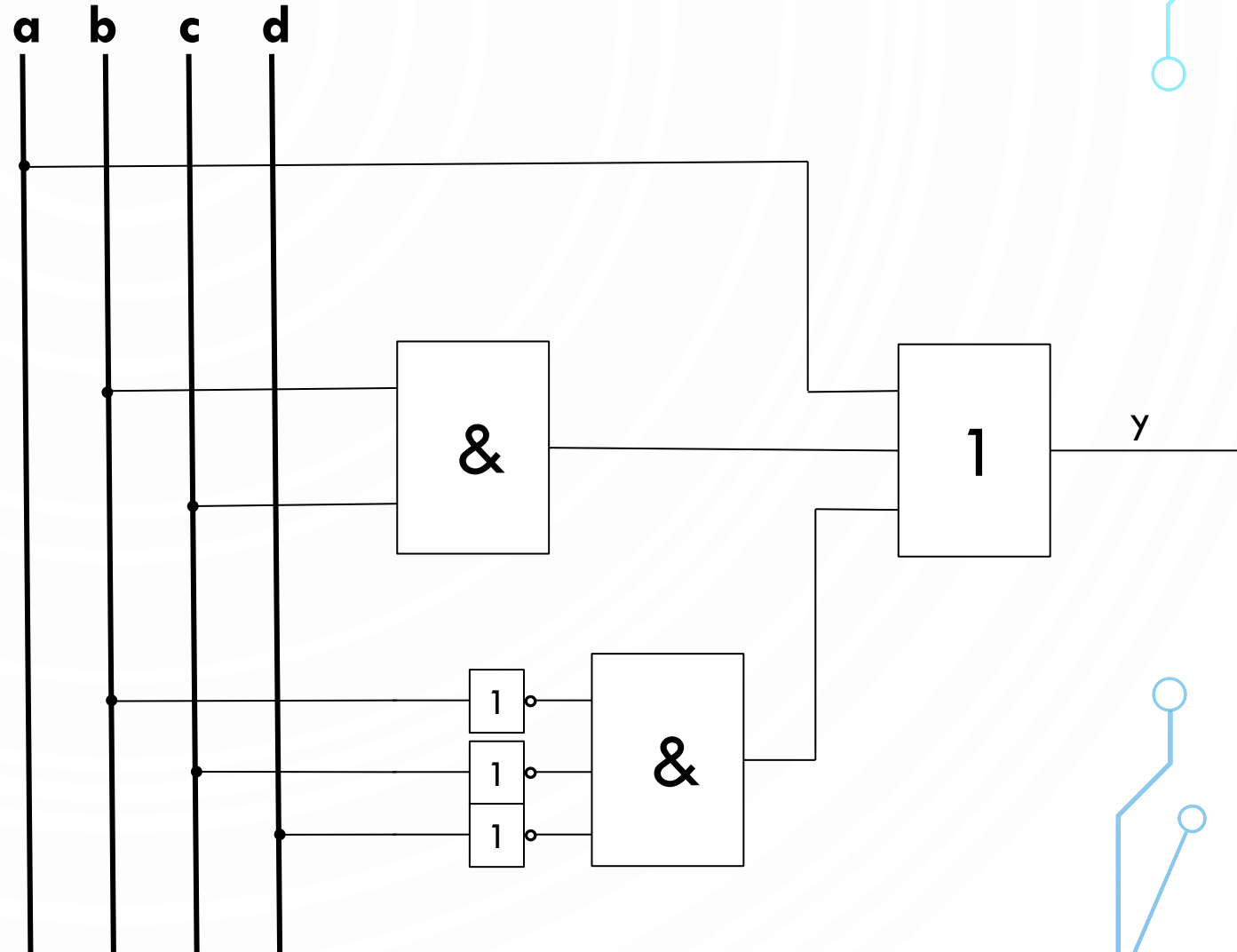
[www.boolean-algebra.com](http://www.boolean-algebra.com)

The screenshot shows the 'Boolean Algebra Simplifier' website. At the top, there are tabs for 'Algebra Solver' (selected) and 'KMap Solver'. Below the tabs is a 'Quiz' icon. The main heading is 'Boolean Algebra Simplifier'. There is an input field containing the expression 'A+BC+BC+D' and a 'Go' button. Below the input field are 'Random' and 'Share' buttons. A navigation bar shows a left arrow, a right arrow, and the text 'Help: Press '!' to insert a Not'. The solution is displayed as 'Solution: A+BC+BCD'. A 'Steps' section shows the process: 'Start' with 'A+BC+BC+D', followed by 'Apply: Demorgan Theorm' resulting in 'A+BC+BCD'. At the bottom, there is a large blue button labeled 'Apply steps to convert to POS form'.

**Príklad 2:** Upravte logickú funkciu  $a+b.c+\overline{b.c}+d$  pomocou Boolových pravidiel a realizujte výslednú logickú funkciu.

**De Morganove zákony**

$$a+b.c+\overline{b.c}+d = a+b.c+\overline{b.c}.d+d$$



## Príklad 2:

pravidiel a

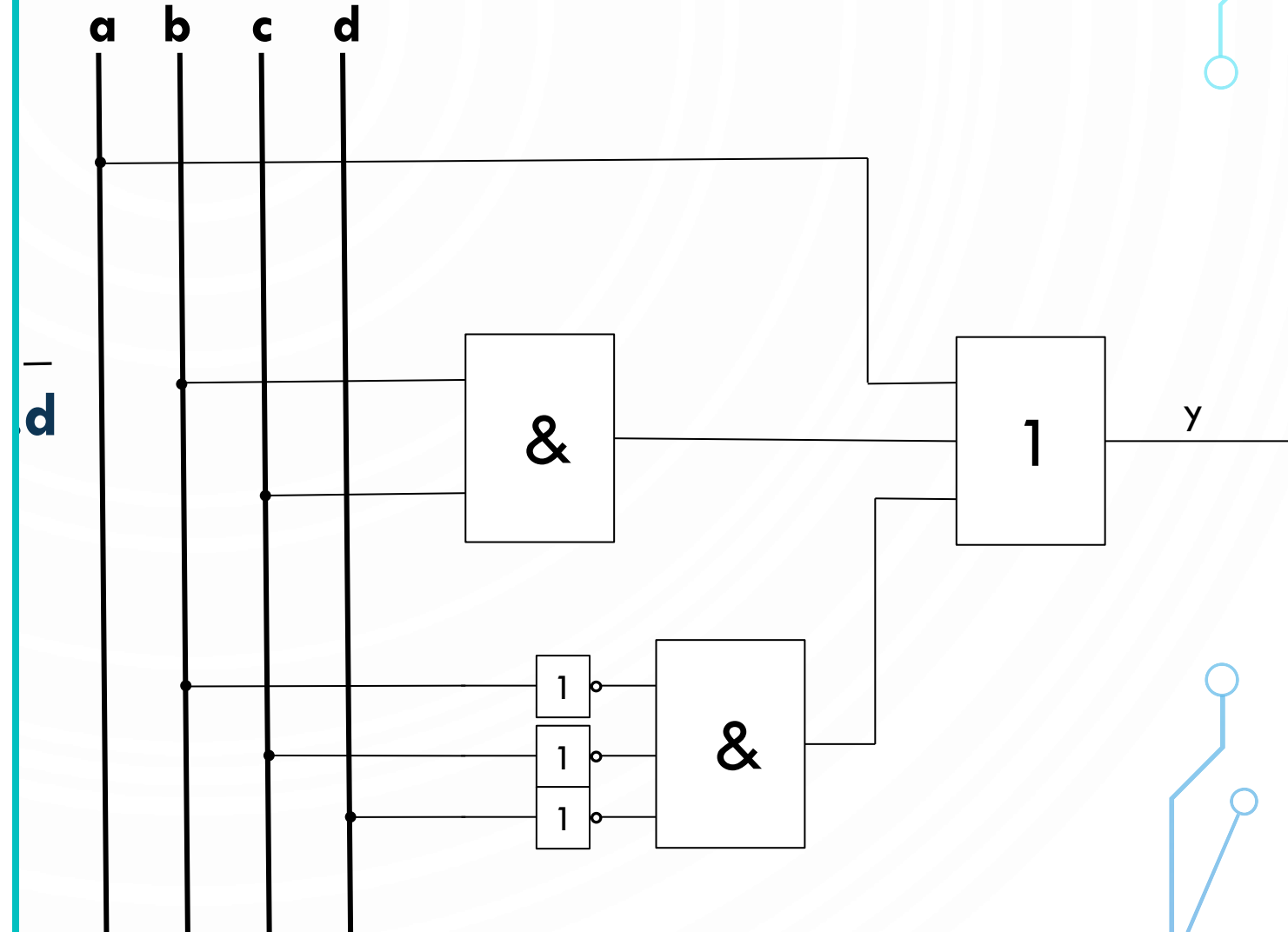
De Morgan

$a + b.c + \overline{b.c} + d$

Truth Table

A	B	C	D	Output
0	0	0	0	T
0	0	0	1	F
0	0	1	0	F
0	0	1	1	F
0	1	0	0	F
0	1	0	1	F
0	1	1	0	T
0	1	1	1	T
1	0	0	0	T
1	0	0	1	T
1	0	1	0	T
1	0	1	1	T
1	1	0	0	T
1	1	0	1	T
1	1	1	0	T
1	1	1	1	T

funkciu  $a + b.c + \overline{b.c} + d$  pomocou Boolových  
logických funkcií.



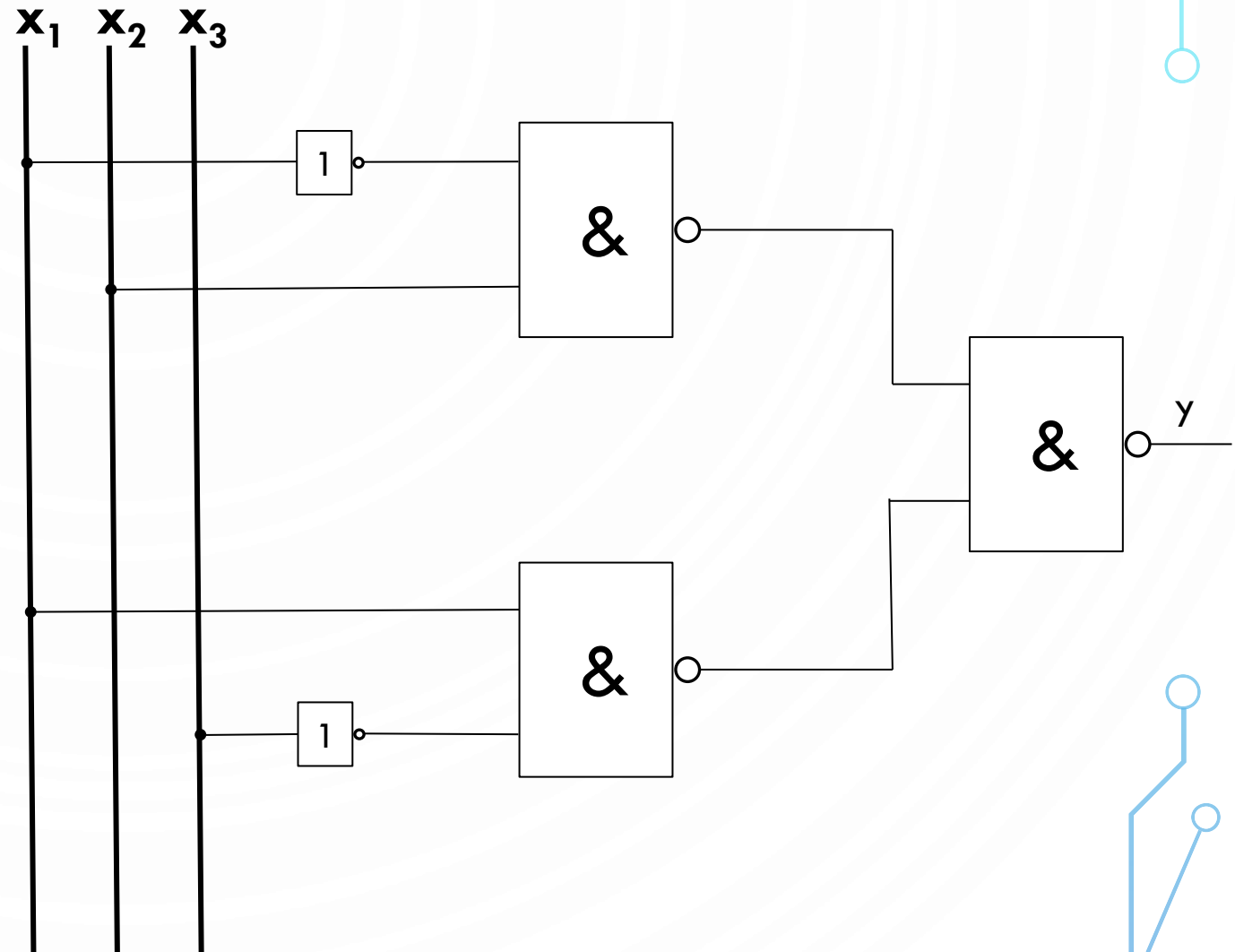
**Príklad 3:** Realizujte logickú funkciu  $y = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_3$  pomocou logických hradiel typu NAND.

**Príklad 3:** Realizujte logickú funkciu  $y = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_3$  pomocou logických hradiel typu NAND.

$$y = \overline{\overline{x_1 x_2} \cdot \overline{x_1 x_3}}$$

**Príklad 3:** Realizujte logickú funkciu  $y = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_3$  pomocou logických hradiel typu NAND.

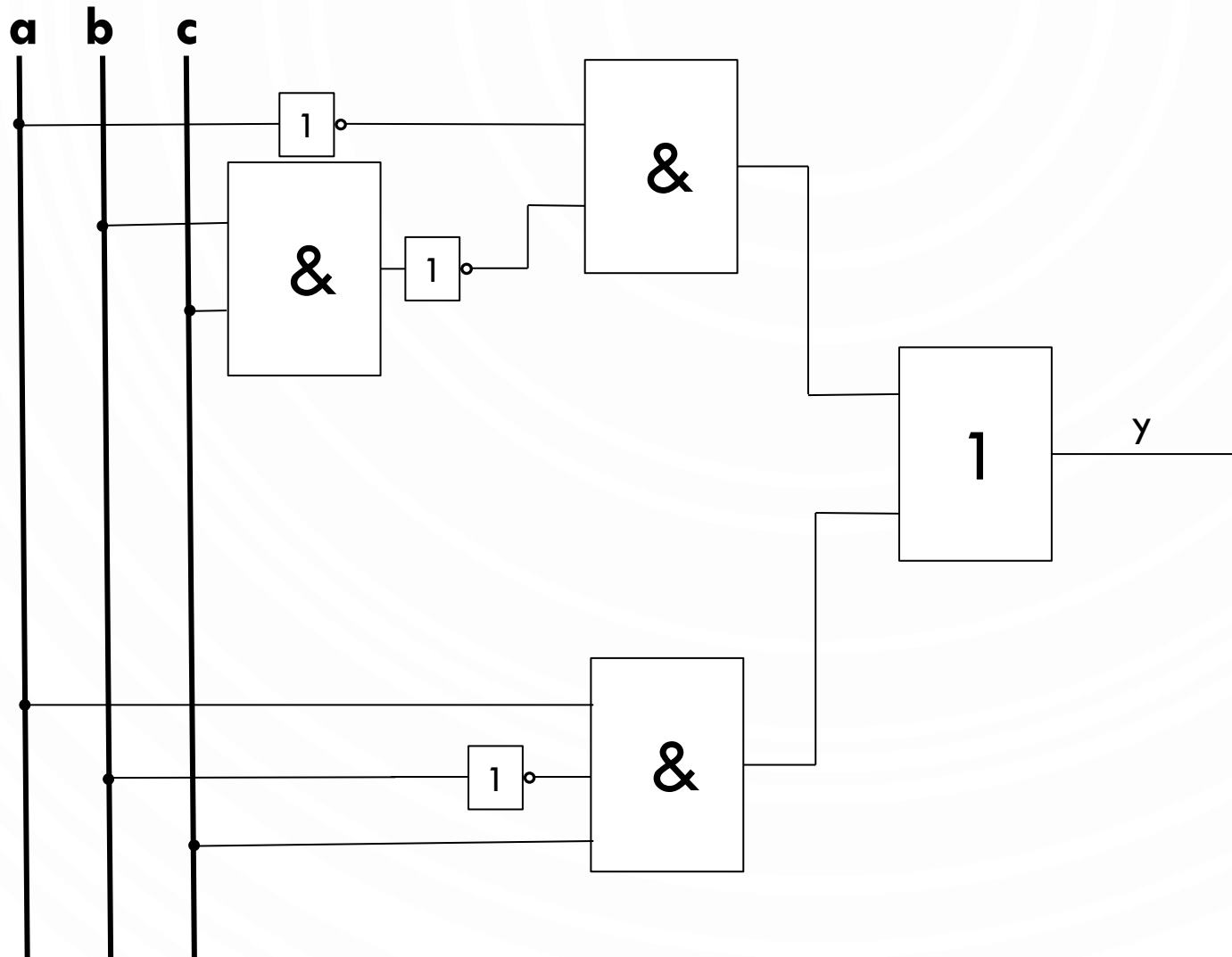
$$y = \overline{\overline{x_1 x_2} \cdot \overline{x_1 x_3}}$$



**Príklad 4:** Navrhnite logický obvod definovaný logickým výrazom  
 $f(a, b, c) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c$ . Použite logické hradlá AND, OR a NOT.



**Príklad 4:** Navrhnete logický obvod definovaný logickým výrazom  $f(a, b, c) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c$ . Použite logické hradlá AND, OR a NOT.



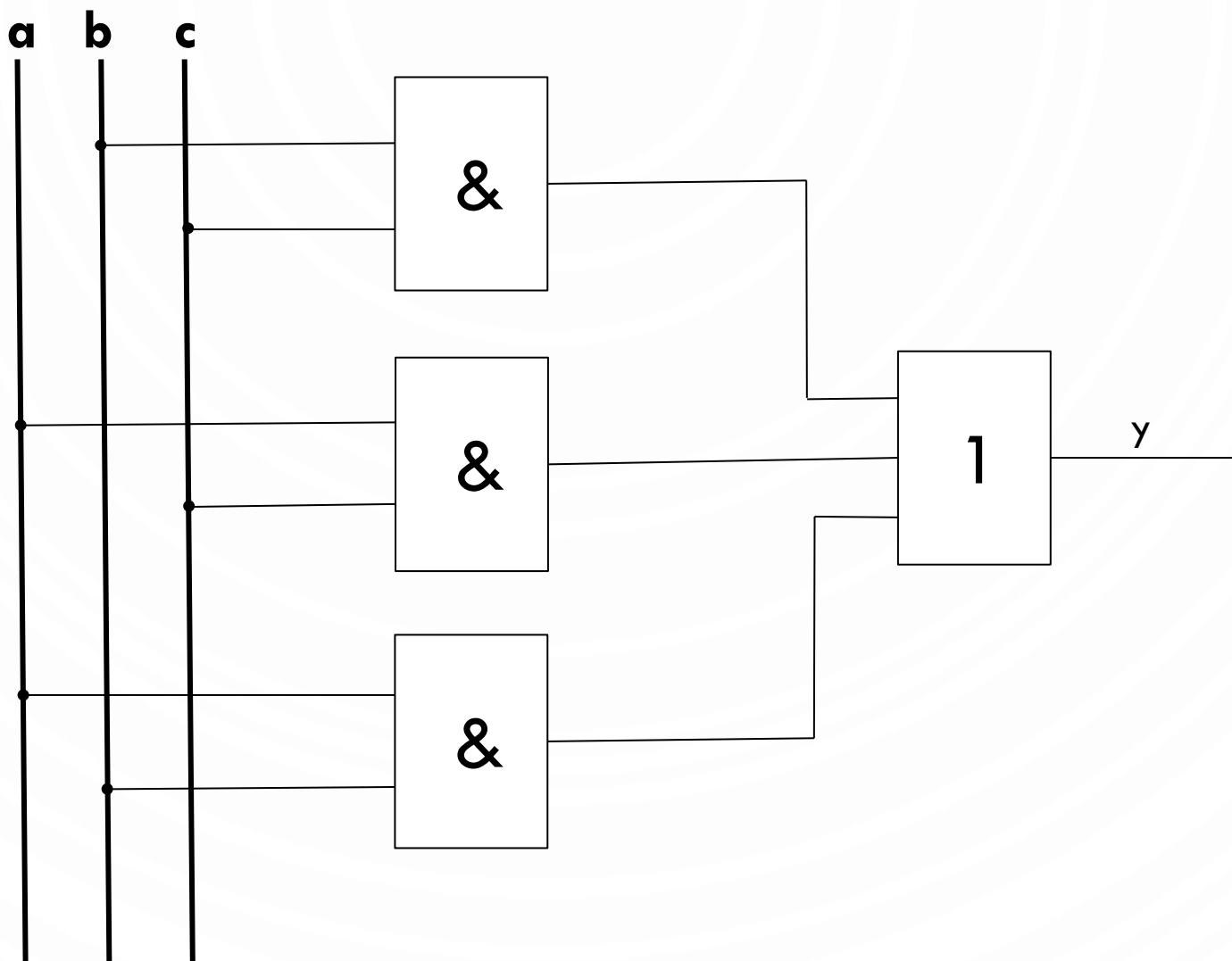
**Príklad 5:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.c + a.b.\bar{c} + a.b.c$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

**Príklad 5:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.c + a.b.\bar{c} + a.b.c$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

**$bc + ac + ab$**

**Príklad 5:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = \bar{a}.b.c + a.\bar{b}.c + a.b.\bar{c} + a.b.c$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

**$bc + ac + ab$**



**Príklad 6:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = (a+b+c) + (a.b+a.c)$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

**Príklad 6:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = (a+b+c) + (a.b+a.c)$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

**$ab+ac$**

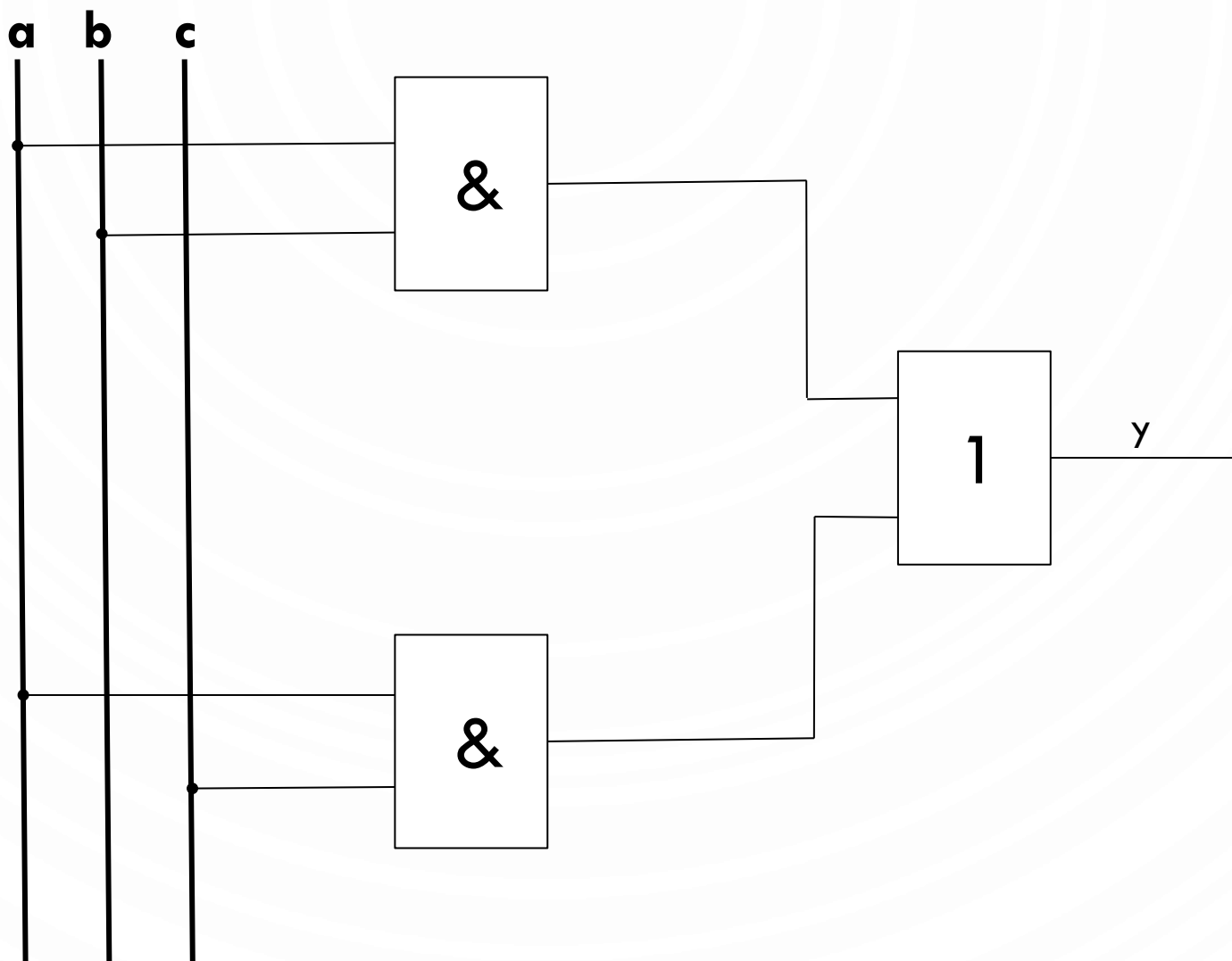
**Príklad 6:** Pomocou Booleovho algebra zjednodušte logickú funkciu  $f = (a+b+c) + (a.b+a.c)$  a vyjadrite ju najjednoduchšou logickou funkciou.

**$ab+ac$**

```
Start
 $\overline{A+B+C} \overline{AB+AC}$ 
Apply: Demorgan Theorem
 $\overline{A+B+C} \overline{AB+AC}$ 
Apply the Involution Law:  $\overline{\overline{A}} = A$ 
 $(A+B+C) \overline{AB+AC}$ 
Apply the Involution Law:  $\overline{\overline{A}} = A$ 
 $(A+B+C)(AB+AC)$ 
Apply: Distribution
 $(AB+AC)A + (AB+AC)B + (AB+AC)C$ 
Apply: Distribution
 $AAB + AAC + (AB+AC)B + (AB+AC)C$ 
Apply the Idempotent Law:  $AA = A$ 
 $AB + AAC + (AB+AC)B + (AB+AC)C$ 
Apply the Idempotent Law:  $AA = A$ 
 $AB + AC + (AB+AC)B + (AB+AC)C$ 
Apply: Distribution
 $AB + AC + BAB + BAC + (AB+AC)C$ 
Apply the Idempotent Law:  $AA = A$ 
 $AB + AC + BA + BAC + (AB+AC)C$ 
Apply the Idempotent Law:  $A+A = A$ 
 $AB + AC + BAC + (AB+AC)C$ 
Apply the Absorption Law:  $A+AB = A$ 
 $AB + AC + (AB+AC)C$ 
Apply: Distribution
 $AB + AC + CAB + CAC$ 
Apply the Idempotent Law:  $AA = A$ 
 $AB + AC + CAB + CA$ 
Apply the Idempotent Law:  $A+A = A$ 
 $AB + AC + CAB$ 
Apply the Absorption Law:  $A+AB = A$ 
 $AB + AC$ 
```

**Príklad 6:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte logickú funkciu  $f = (a+b+c) + (a.b+a.c)$  a realizujte výslednú logickú funkciu.

$ab+ac$





**Príklad 7:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte a následne realizujte logickú funkciu  $f = a.b.c.d + \bar{a}.b.c.d + a.b.\bar{c}.d + a.b.c.\bar{d}$ .

**Príklad 8:** Pomocou Booleových pravidiel zjednodušte a následne realizujte logickú funkciu  $f = (a+b).(a+b+c) + a.(a+b+c)$ .