



Fakulta elektrotechniky  
a informatiky

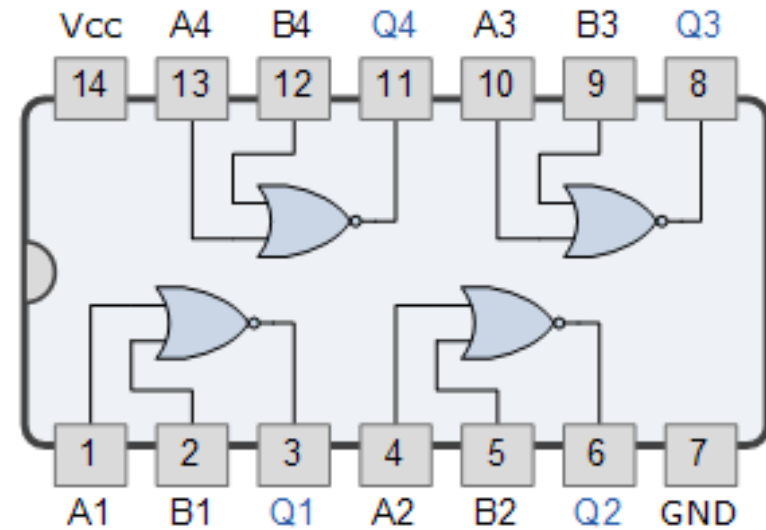
# POČÍTAČOVÉ INŽINIERSTVO V ELEKTRONIKE

Ing. Peter Lukács, PhD.

2019/2020

[peter.lukacs@tuke.sk](mailto:peter.lukacs@tuke.sk)

# Logické funkcie a obvody



# Základné pojmy

**Logický obvod** je systém, ktorého vstupné a výstupné veličiny nadobúdajú len dve hodnoty. Pracujú teda s logickou nulou (0) a logickou jednotkou (1) – binárna sústava.

**Pravdivostná tabuľka** opisuje vzájomný vzťah medzi vstupnými a výstupnými veličinami. Vstupy označujeme symbolmi A, B a výstup symbolom Y.

**Booleova algebra** umožňuje návrh a sledovanie činnosti logických obvodov.

Logické obvody delíme na **kombinačné** a **sekvenčné**.

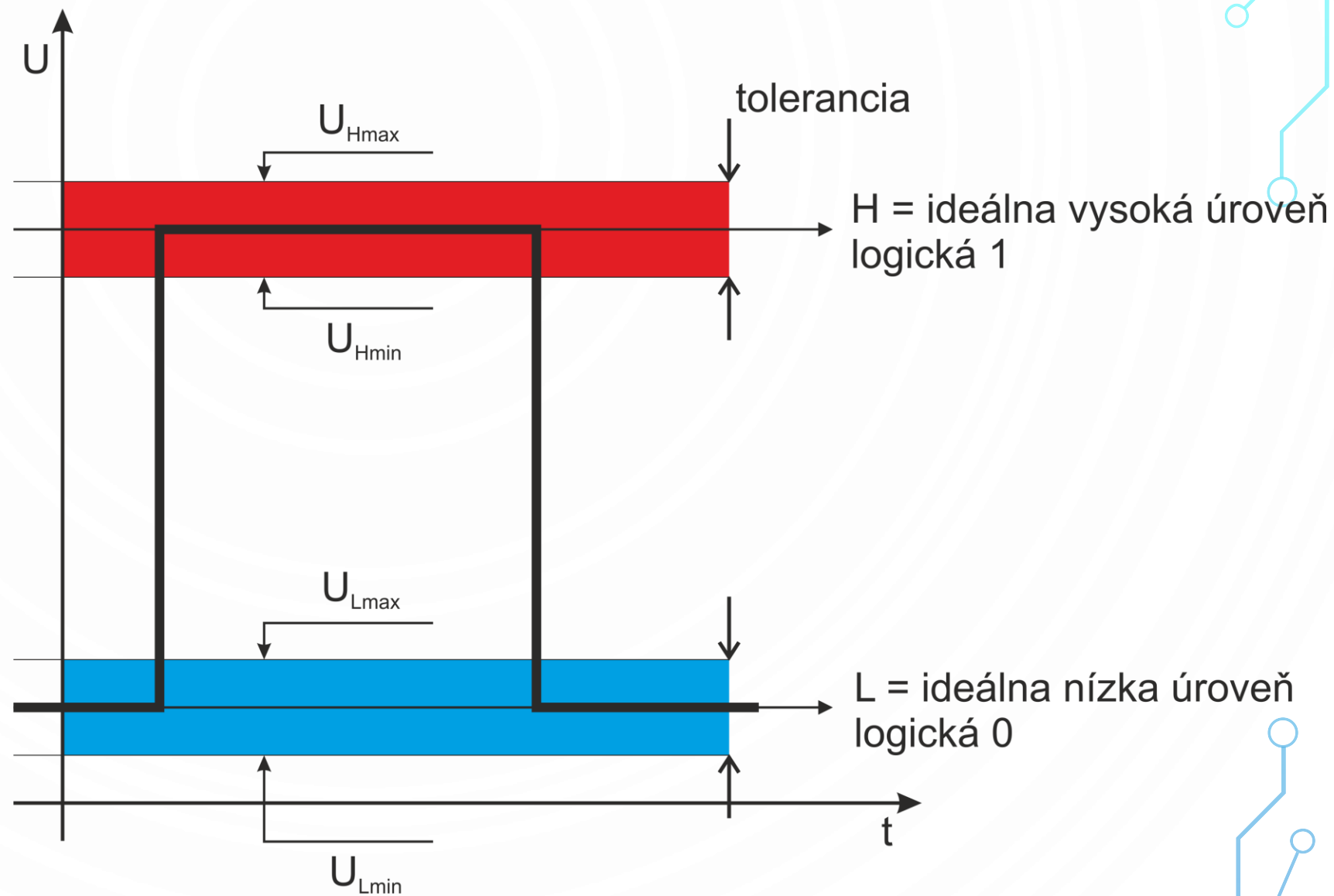
# Základné pojmy

Výstup **kombinačných obvodov** je daný len kombináciou vstupných veličín.

Výstup **sekvenčných obvodov** je daný nielen kombináciou vstupných veličín ale aj log. hodnotami predchádzajúceho stavu logických obvodov. Z uvedeného vyplýva, že sekvenčné logické obvody majú aj pamäť.

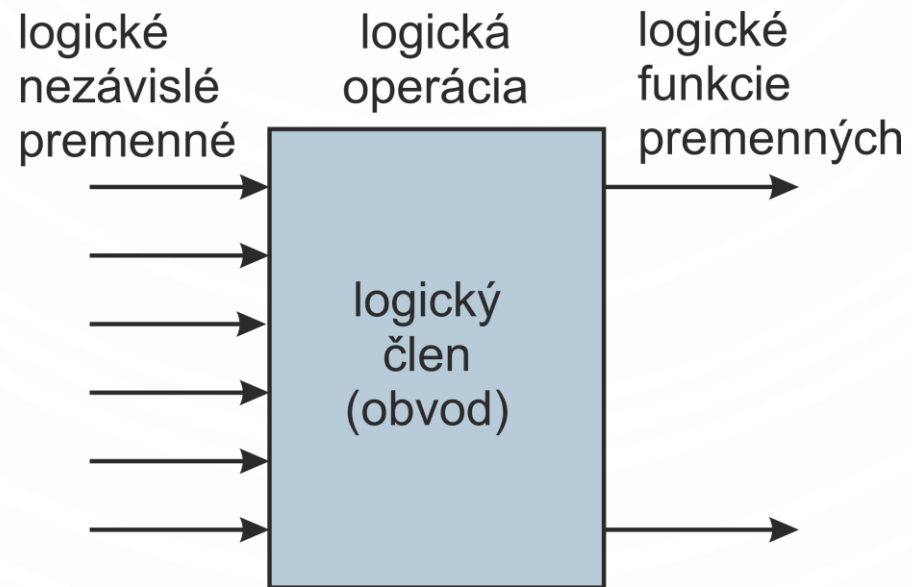
## Stav logických premenných:

- úroveň 1 (H)
- úroveň 0 (L)



# Logický obvod

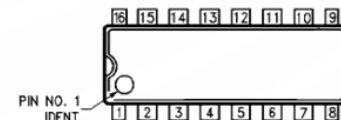
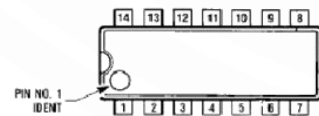
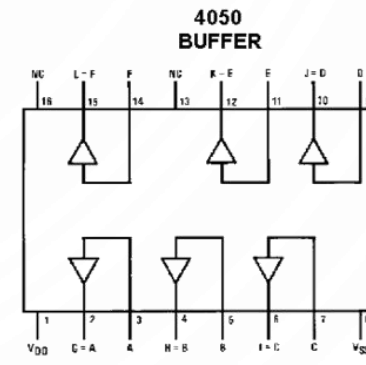
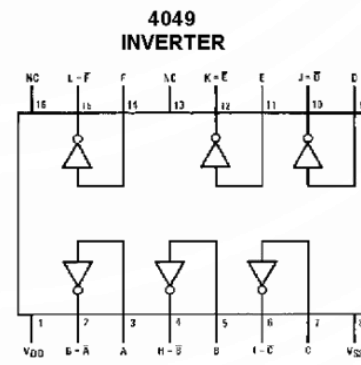
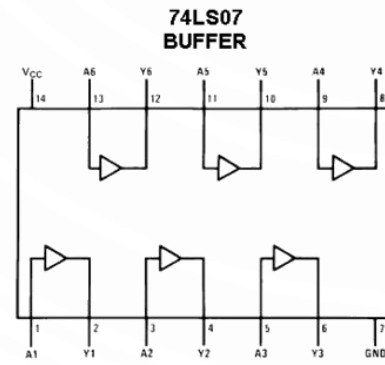
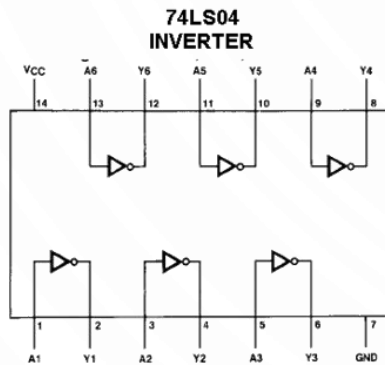
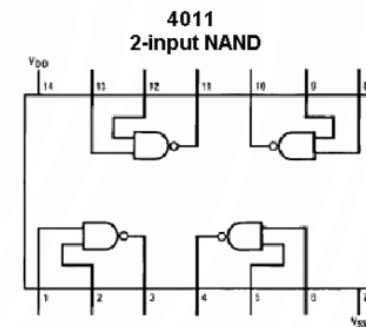
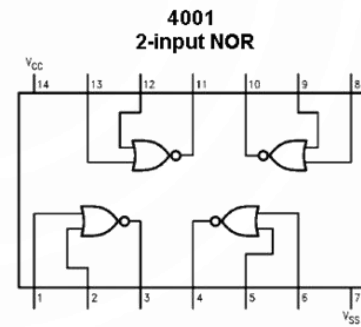
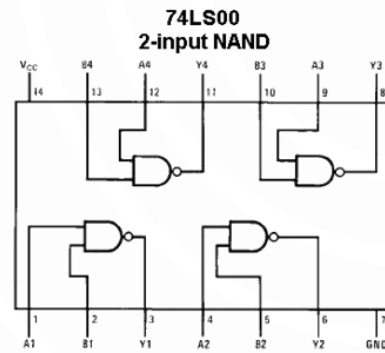
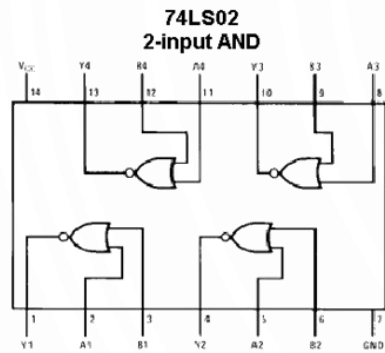
- Logický obvod slúži na realizáciu matematickej funkcie/operácie.
- Vstupné a výstupné premenné logických obvodov je napät'ový signál (obdĺžnikový priebeh).



# Logický obvod

- Hodnotu logickej funkcie pre všetky možné kombinácie vstupných premenných určuje **pravdivostná tabuľka**.
- Počet kombinácií pre  $n$  premenných je  $2^n$ , teda pre dva vstupy logického obvodu je počet možných kombinácií  $2^2=4$ .

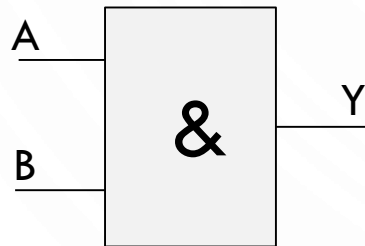
# Základné logické funkcie a logické členy





# Logický súčin – AND (konjunkcia)

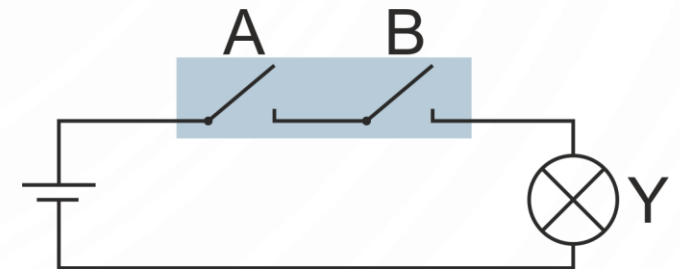
- Logický súčin je logická funkcia v tvare  $Y=A.B$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logického súčinu sa nazýva AND.



Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

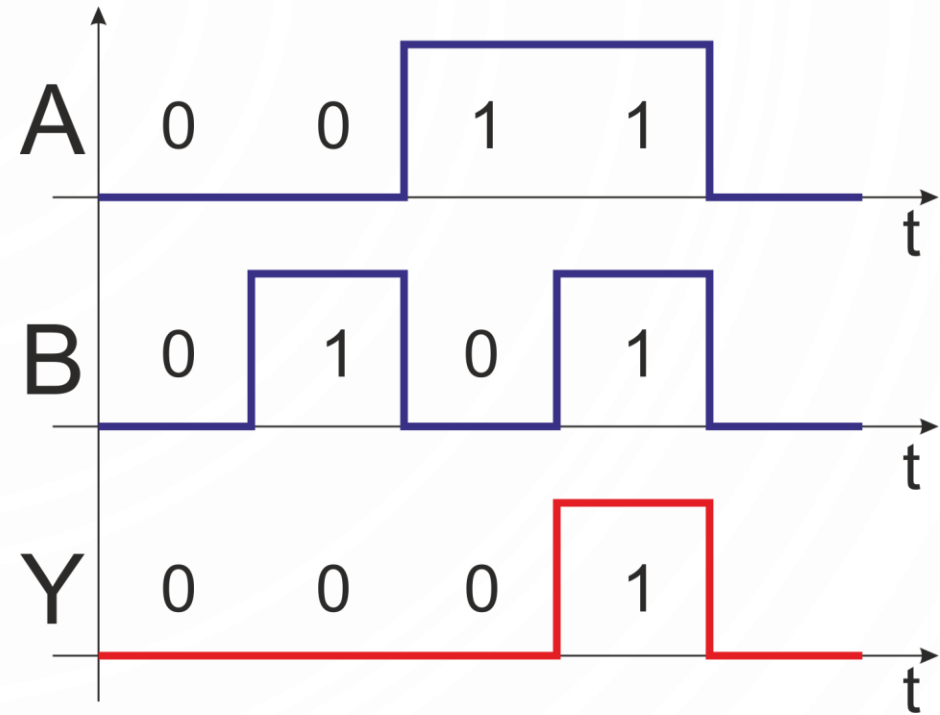
Pravdivostná tabuľka



Princíp realizácie

# Logický súčin - AND

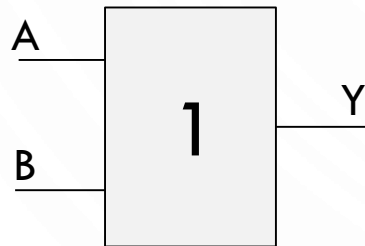
- Logická 1 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 1.
- Správanie sa logického člena AND je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:



AND – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Logický súčet – OR (disjunkcia)

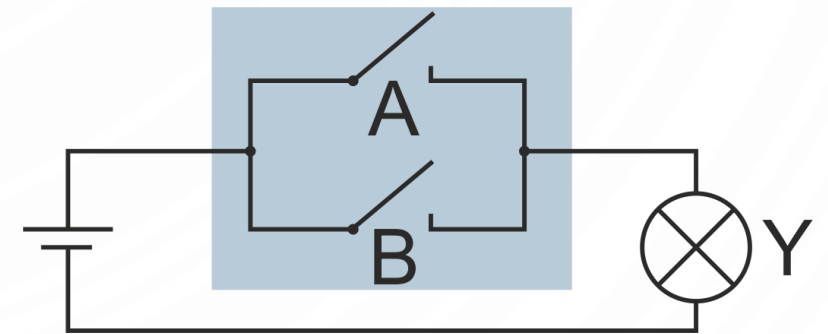
- Logický súčet je logická funkcia v tvare  $Y=A+B$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logického súčtu sa nazýva OR.



Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

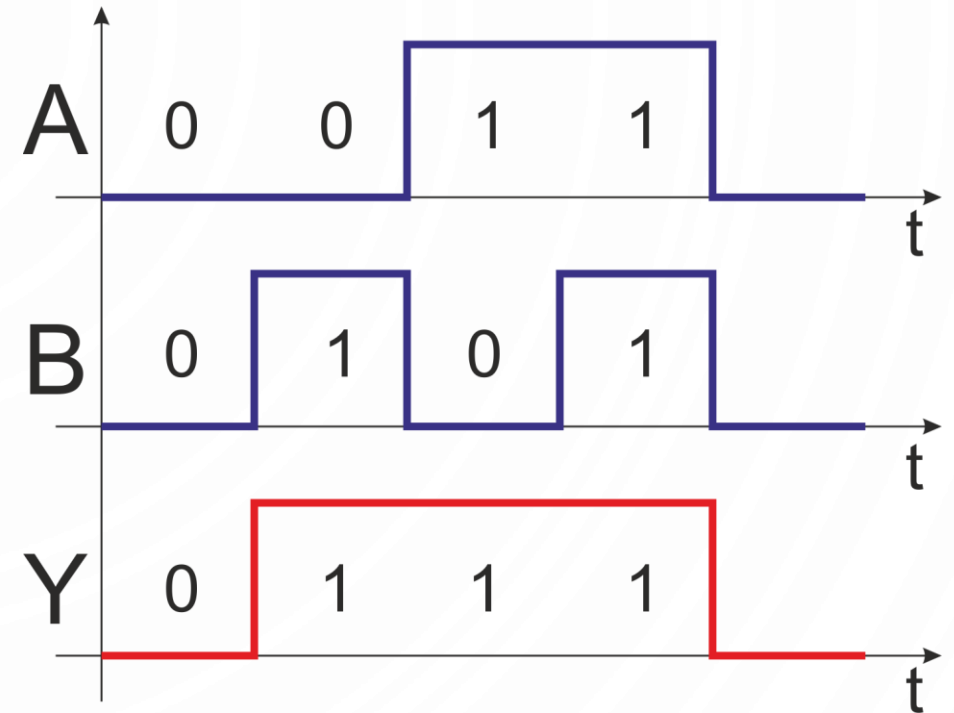
Pravdivostná tabuľka



Princíp realizácie

# Logický súčet - OR

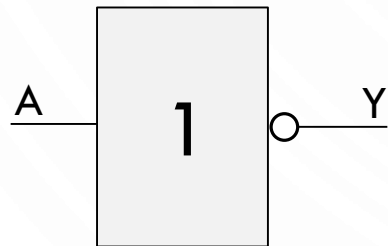
- Logická 0 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 0.
- Správanie sa logického člena OR je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:



OR – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Logická negácia - NOT

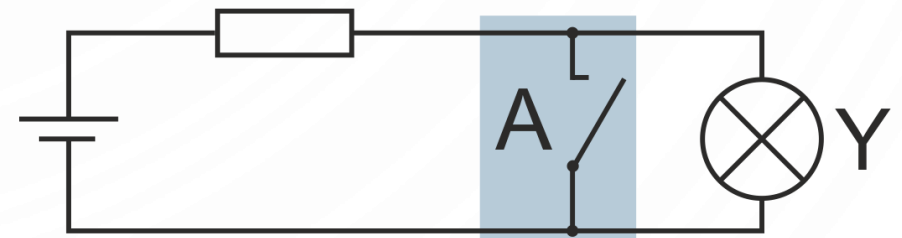
- Logická negácia je logická funkcia v tvare  $Y = \bar{A}$ , kde  $A$  je vstupná veličina a  $Y$  je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logickej negácie sa nazýva NOT.



Grafická značka ČSN

A	Y
0	1
1	0

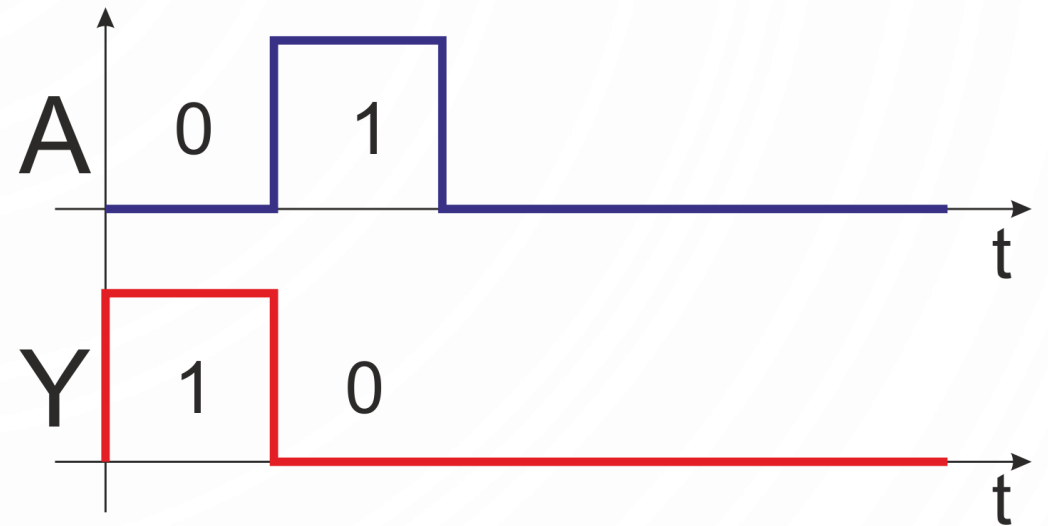
Pravdivostná tabuľka



Princíp realizácie

# Logická negácia - NOT

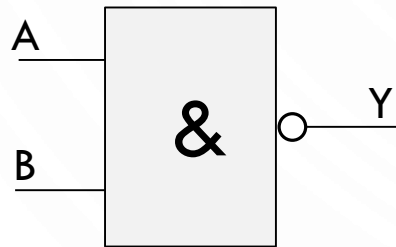
- Logická 0 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 0.
- Správanie sa logického člena NOT je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupu A:



NOT – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Negácia logického súčinu - NAND

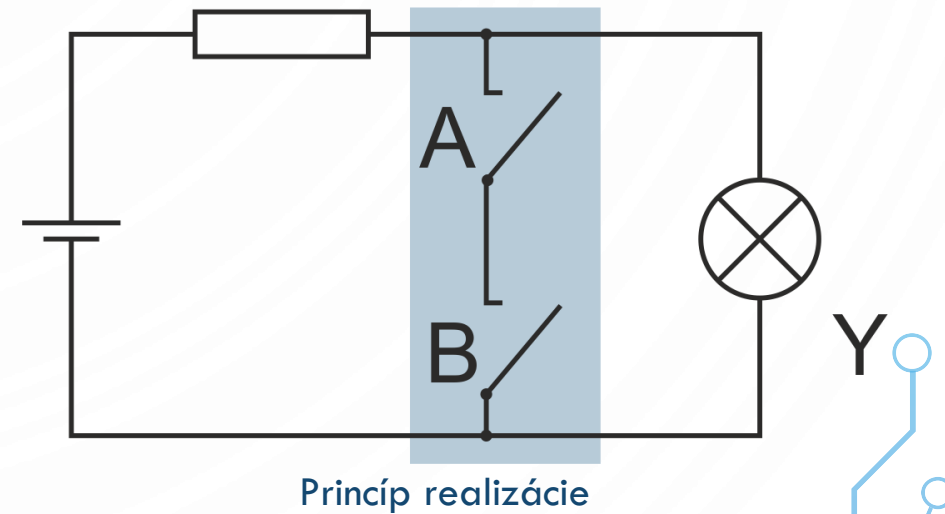
- Negovaný logický súčin je logická funkcia v tvare  $Y = \overline{A \cdot B}$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu negovaného logického súčinu sa nazýva NAND.



Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

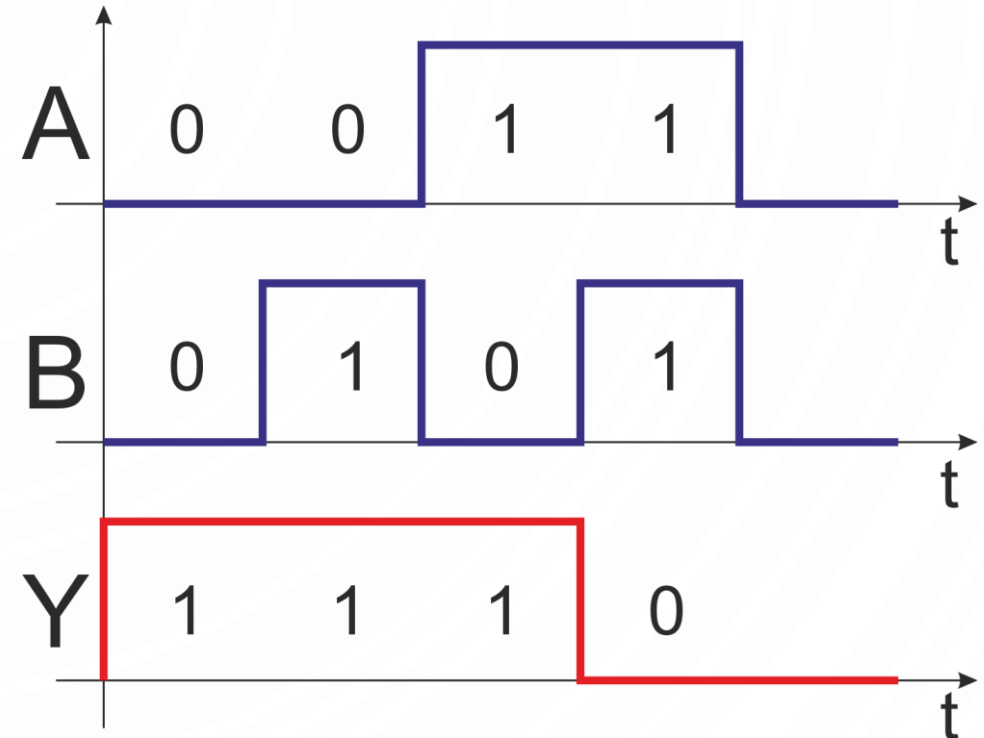
Pravdivostná tabuľka



Princíp realizácie

# Negácia logického súčinu - NAND

- Logická 0 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 1.
- Správanie sa logického člena NAND je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:

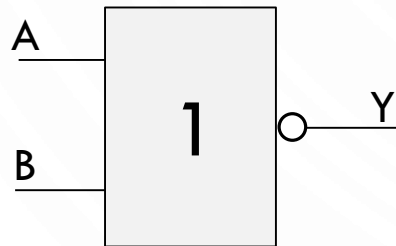


NAND – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov



# Negácia logického súčtu - NOR

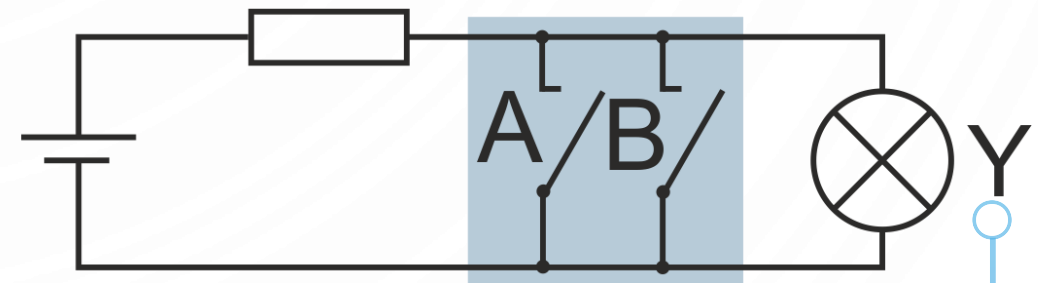
- Negovaný logický súčet je logická funkcia v tvare  $Y = \overline{A+B}$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logického súčtu sa nazýva NOR.



Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

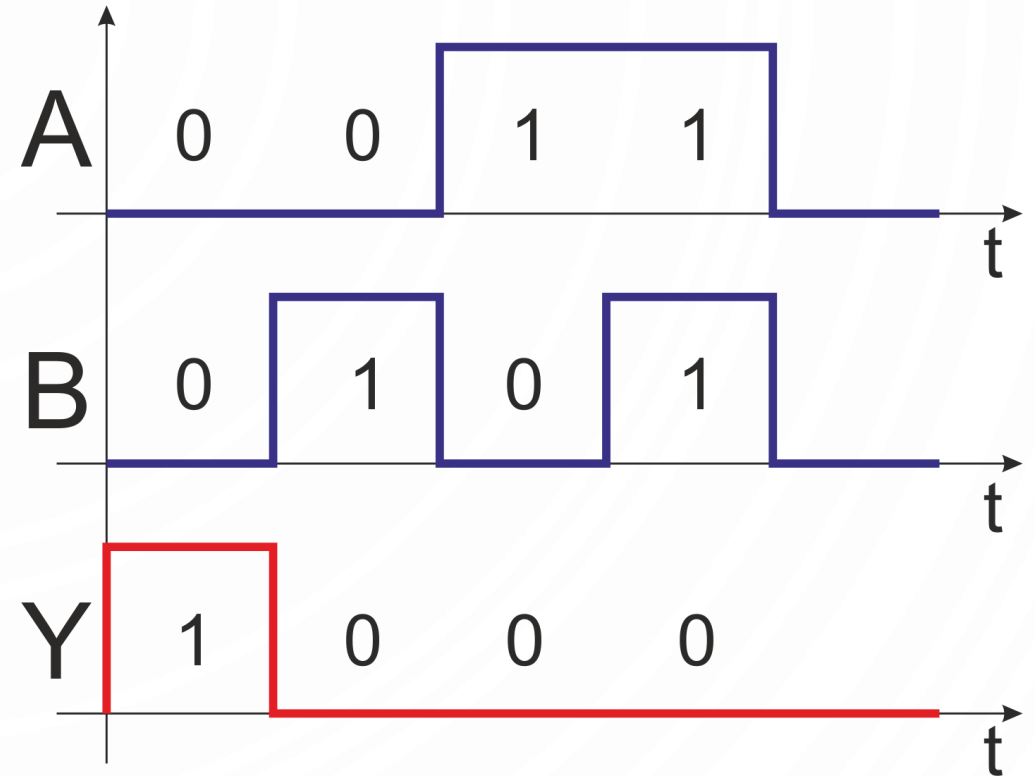
Pravdivostná tabuľka



Princíp realizácie

# Negácia logického súčtu - NOR

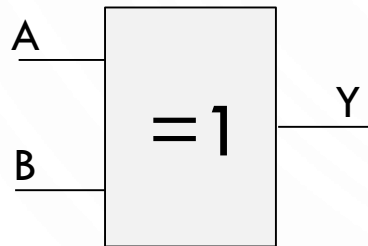
- Logická 1 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 0.
- Správanie sa logického člena NOR je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:



NOR – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Exkluzívny logický súčet – XOR (nonekvivalencia)

- Exkluzívny logický súčet je logická funkcia v tvare  $Y=A\oplus B$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logického súčtu sa nazýva XOR.



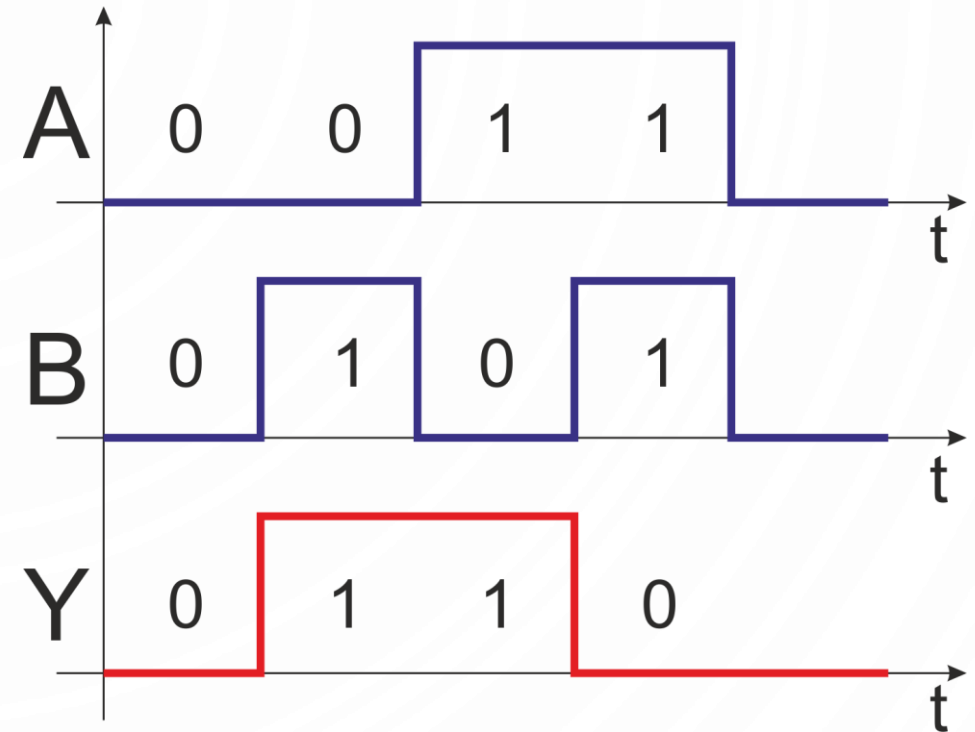
Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Pravdivostná tabuľka

# Exkluzívny logický súčet – XOR (nonekvivalencia)

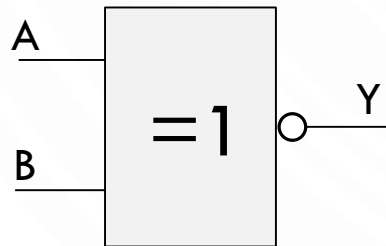
- Logická 0 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 0 alebo 1.
- Správanie sa logického člena XOR je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:



XOR – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Exkluzívny negovaný logický súčet – XNOR (ekvivalencia)

- Negovaný exkluzívny logický súčet je logická funkcia v tvare  $Y = \overline{A \oplus B}$ , kde A a B sú hodnoty vstupných veličín a Y je hodnota výstupu.
- Logický člen, ktorý realizuje funkciu logického súčtu sa nazýva XNOR.



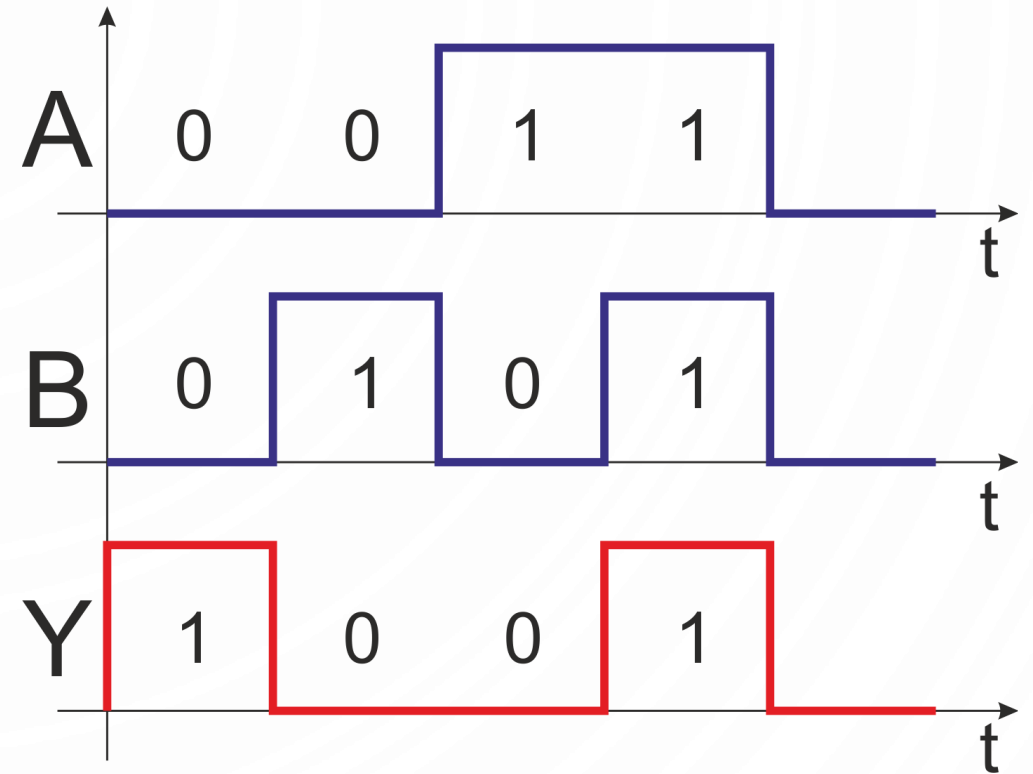
Grafická značka ČSN

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Pravdivostná tabuľka

# Exkluzívny negovaný logický súčet – XNOR (ekvivalencia)

- Logická 1 na výstupe Y bude len vtedy, ak oba vstupy majú hodnotu log. 0 alebo 1.
- Správanie sa logického člena XNOR je možné znázorniť ako časovú závislosť výstupu Y na kombinácií vstupov A a B:



XNOR – grafická závislosť výstupu na kombinácií vstupov

# Základné logické členy – symboly US



AND



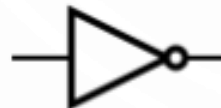
NAND



OR



NOR



NOT



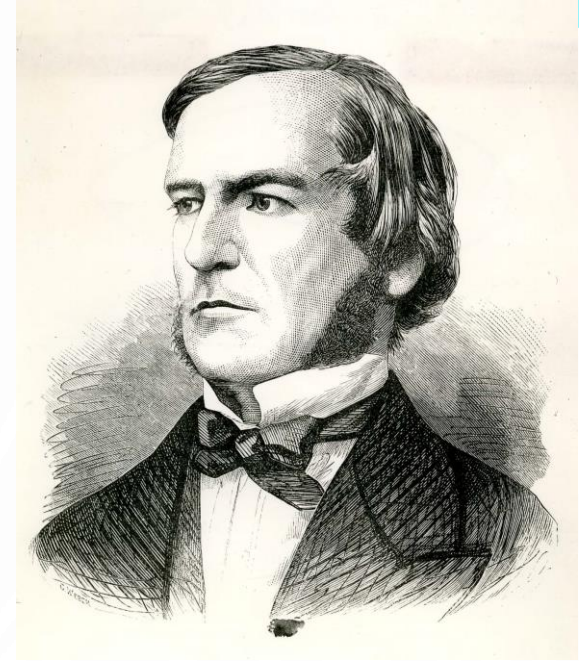
XOR



XNOR

# Booleova algebra

- Súhrn pravidiel a zákonov, ktoré umožňujú pracovať s logickými výrokmi ako s logickými premennými a funkciami, a to formou algebrických operácií.
- K vyjadreniu ľubovoľnej funkcie sa v Booleovej algebre používajú len tri základné funkcie: **logický súčet, logický súčin a logická negácia**.
- Booleova algebra pracuje v binárnej sústave.
- Prostredníctvom Booleovej algebry dokážeme vyjadriť „správanie sa“ logického obvodu.





# Pravidlá Booleovej algebry

- Pravidlá **Booleovej algebry** platia len pre logickú algebru, aj keď mnoho vzťahov je zhodná alebo podobná pravidlám číselnej algebry.
- Číslice **0** a **1** sú symboly logického stavu a nie veľkosti čísla.
- Operačné znaky **+** a **.** vyjadrujú logickú, nie algebraickú operáciu.
- V Booleovej algebre platí  $1+1=1$ , pričom v číselnej algebre  $1+1=10$  (súčet je 0 a prenos do vyššieho rádu je 1).
- V Booleovej algebre sú definované základné vzťahy – postuláty a od nich sú odvedené základné pravidlá.

# Základné vzťahy Booleovej algebry

$0+0=0$	$1.1=1$	$\overline{1}=0$
$0+1=1$	$0.1=0$	$\overline{0}=1$
$1+0=1$	$1.0=0$	
$1+1=1$	$0.0=0$	

# Základné pravidlá Booleovej algebry

	Zákony súčtu	Zákony súčinu
Komutativita	$a+b=b+a$	$a.b=b.a$
Asociativita	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a(b.c)=(a.b)c$
Distributivita	$(a+b)(a+c)=a+b.c$	$a.b+a.c=a(b+c)$
Neutralita 0 a 1	$a+0=a$	$a.1=a$
Agresivita 0 a 1	$a+1=1$	$a.0=0$
Vylúčenie tretieho	$a+\bar{a}=1$	$a.\bar{a}=0$
Absorpcia	$a+a=a$	$a.a=a$
	$a+a.b=a$	$a(a+b)=a$
Absorpcia negácie	$a(\bar{a}+b)=ab$	$a+\bar{a}b=a+b$
	$\bar{a}(a+b)=\bar{a}b$	$\bar{a}+ab=\bar{a}+b$

# Základné pravidlá Booleovej algebry

	Zákony súčtu	Zákony súčinu
Dvojitá negácia		$\overline{\overline{a}}=a$
De Morgan	$\overline{a+b}=\overline{a}.\overline{b}$	$\overline{a.b}=\overline{a}+\overline{b}$
Idempotencia	$a+\overline{a}=1$	$a.a=a$
Konsenzus	$a.b+\overline{a}.c+b.c=a.b+\overline{a}.c$	$(a+b)(a+c)(b+c)=(a+b)(\overline{a}+c)$

# Shannonuv teorém

- Shannonuv teorém umožňuje zjednodušiť každú rovnicu tak, že znamienko logického súčtu nahradíme znamienkom logického súčinu a naopak. Rovnici v takejto podobe hovoríme „inverzná“. Podľa Shannonvho teorému získame inverzný tvar rovnice nasledovne:
  - všetky logické súčty zmeníme na logické súčiny a naopak,
  - každú jednotlivú premennú znegujeme,
  - znegujeme celú rovnicu.