



**Fakulta elektrotechniky
a informatiky**

Ing. Peter Lukács, PhD.

Počítačové inžinierstvo v elektronike LS 2021/2022

Číselné sústavy

Neudeľujem súhlas na vyhotovenie audio-vizuálneho záznamu!

- Je zakázané vytvárať akýkoľvek zvukový, vizuálny alebo audio-vizuálny záznam.
- Môžu byť použité právne prostriedky, ak sa ktorákoľvek časť tejto videokonferencie bude šíriť bez súhlasu autora.

- *Zákon č. 18/2018 Zz - Zákon o ochrane osobných údajov*
- *Zákon č. 185/2015 Z. z. Autorský zákon*

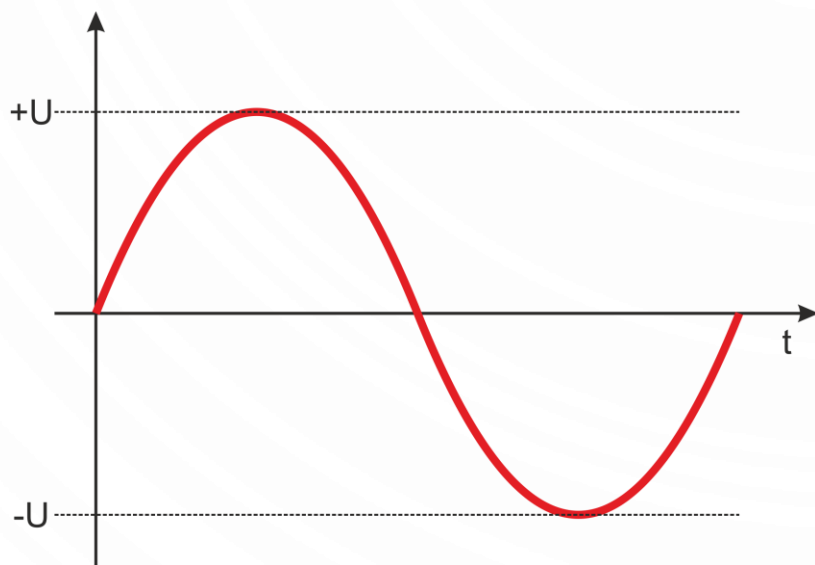


Signál

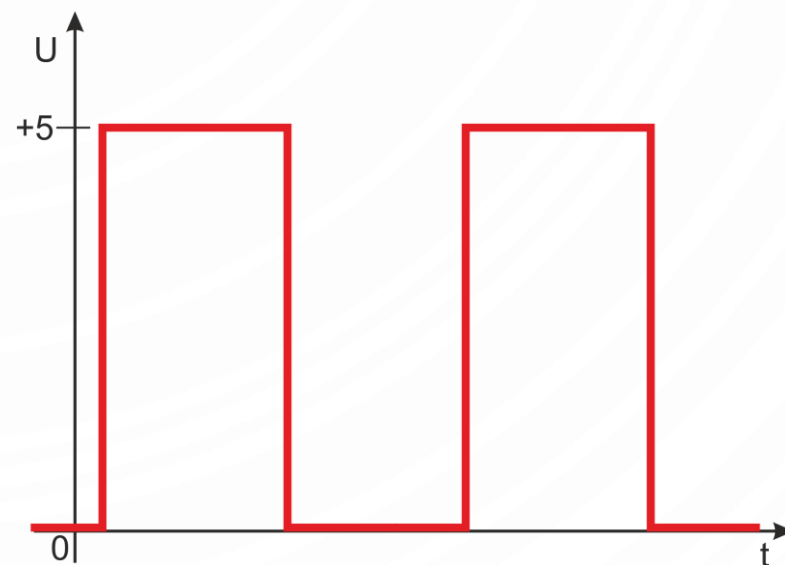
Signál je fyzikálny proces, ktorý nesie informáciu.

Analógový signál je spojitý v čase, to znamená, že sa mení plynule.

Číslicový signál je nespojitý v čase a mení sa skokovo.



Analógový signál



Číslicový signál

Logické základy číslicových počítačov

Číselná sústava (ČS) – systém zobrazenia ľubovoľného čísla pomocou určitého počtu znakov

- **nepozičné:**

- v období Rímskej ríše alebo antického Grécka sa používali rímske číslice, ktorých hodnota nezávisí od pozície, kde sa číslica nachádza,
- obrazy rímskych a desiatkových číslic udáva nasledovná tabuľka:

Desiat. číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	500	1000
Ríms. číslica	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	L	C	D	M

Logické základy číslicových počítačov

Číselná sústava (ČS) – systém zobrazenia ľubovoľného čísla pomocou určitého počtu znakov

- **pozičné:**

- čísla a ich zápis, ako ich poznáme dnes, zaviedli Arabi
- zápis čísel pomocou znakov 0 až 9 a ich pozíciou sa vyjadrujú jednotky, desiatky, stovky, atď.,
- pozičná číselná sústava je taká, ktorá vyjadruje ľubovoľné číslo N polynómom:

$$N = Z_n P^n + Z_{n-1} P^{n-1} + \dots + Z_1 P^1 + Z_0 P^0 + Z_{-1} P^{-1} + Z_{-2} P^{-2} + \dots + Z_{-m} P^{-m} = \sum_{i=-m}^n Z_i P^i$$

kde P je základ číselnej sústavy, Z_i – znaky použiteľné v danej ČS, $i \in \langle -m, n \rangle$

Základ ČS

- môže byť ľubovoľné číslo,
- praktický význam z hľadiska informatiky majú len niektoré číselné sústavy:
 - **desiatková (dekadická)** – základ ČS=10
použiteľné znaky: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
 - **dvojková (binárna)** – základ ČS=2
použiteľné znaky: 0, 1
 - **osmičková (oktálová)** – základ ČS=8
použiteľné znaky: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
 - **šestnástková (hexadecimálna)** – základ ČS=16
použiteľné znaky: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Dekadická ČS

- najčastejšia ČS v bežnom živote
- používa sa 10 znakov (číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

Napr. desiatkové číslo 328,75 môžeme zapísať ako:

$$3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

- úplný zápis každého desiatkového čísla môžeme zapísať pomocou polynómu:

$$Z_n 10^n + Z_{n-1} 10^{n-1} + Z_{n-2} 10^{n-2} + \dots + Z_1 10^1 + Z_0 10^0 + Z_{-1} 10^{-1} + Z_{-2} 10^{-2} + \dots + Z_{-m+1} 10^{-m+1} + Z_{-m} 10^{-m}$$

základ číselnej sústavy $P=10$

Binárna ČS

- dvojková (binárna) číselná sústava má význam od obdobia vzniku prvých elektronických počítačov,
- elektronické konštrukčné prvky počítačov sú najrýchlejšie a najspol'ahlivejšie tie, ktoré majú dva stabilné stavy,
- tieto fyzikálne prvky svojou činnosťou priamo modelujú znaky dvojkovej číselnej sústavy,
- všetky informácie aj v súčasnom počítači sú uložené pomocou dvoch znakov: **0** a **1**

Základnú jednotku informácie nazývame **1 bit** (z angl. **binary digit** – binárne číslo).

Oktálová a hexadecimálna ČS

- základ **osmičkovej ČS** je $P=8$, povolené znaky Z_i sú číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7;
- základ **šestnástkovej ČS** je $P=16$, povolené znaky Z_i sú 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F;
- V polyadických ČS so základom nižším ako 10 ($P < 10$) nie sú problémy s definovaním znakov Z_i – ich súbor je podmnožinou desiatkovej sústavy, vypustením čísel vyšších a rovných základu.
- V šestnástkovej ČS je potrebné k súboru znakov desiatkovej ČS pridať ešte šesť znakov – písmená veľkej abecedy.

Prevody medzi ČS – prevod z bin. do dek.

Prevod čísla z ČS so základom P do desiatkovej sústavy je jednoduchý.

Prevedie sa vyčíslením výrazu:

$$N = \sum_{i=-m}^n Z_i \cdot P^i$$

Prevod čísla z binárnej ČS $[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]_2$ do desiatkovej ČS:

9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. 0. ← rády

$$[1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]_2 =$$

$$= 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^5 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^8 + 1 \times 2^9 =$$

$$= 1 + 0 + 4 + 0 + 16 + 0 + 64 + 0 + 256 + 512 = [853]_{10}$$

Prevody medzi ČS – prevod z dek. do bin.

Najlepší spôsob prevodu je delením desiatkového čísla N_{10} základom číselnej sústavy P a zaznamenávaním zvyškov po delení, ktoré sú vlastne číslom N_P vo zvolenej číselnej sústave.

Prevod čísla realizujeme opakovaným delením základom P .

Príklad: Prevod čísla $[39]_{10}$ do dvojkovej číselnej sústavy.

| | | |
|---------------|---|---------------------|
| $39 : 2 = 19$ | 1 | ↑ Zvyšky po delení. |
| $19 : 2 = 9$ | 1 | |
| $9 : 2 = 4$ | 1 | |
| $4 : 2 = 2$ | 0 | |
| $2 : 2 = 1$ | 0 | |
| $1 : 2 = 0$ | 1 | |

$$[39]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1]_2$$

Smer čítania čísla po prevode do číselnej sústavy o základe P .

$$\begin{aligned} \text{Skúška správnosti: } & 1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = \\ & = 1 + 2 + 4 + 32 = [39]_{10} \end{aligned}$$

Prevody medzi ČS – prevod z dek. do okt.

Najlepší spôsob prevodu je delením desiatkového čísla N_{10} základom číselnej sústavy P a zaznamenávaním zvyškov po delení, ktoré sú vlastne číslom N_P vo zvolenej číselnej sústave.

Prevod čísla realizujeme opakovaným delením základom P .

Príklad: Prevod čísla $[250]_{10}$ do osmičkovej číselnej sústavy.

$$250 : 8 = 31$$

$$31 : 8 = 3$$

$$3 : 8 = 0$$

$$[250]_{10} = [372]_8$$

↑ Zvyšky po delení.

2

7

3

Smer čítania čísla po prevode do číselnej sústavy o základe P .

$$\text{Skúška správnosti: } 2 \times 8^0 + 7 \times 8^1 + 3 \times 8^2 = 2 + 56 + 192 = [250]_{10}$$

Prevody medzi ČS – prevod z bin. do okt.

Pre základy týchto sústav platí: $2^3=8^1$ - t.j. tri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom osmičkového čísla.

Príklad: Prevod čísla $[11101011010]_2$ do osmičkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledovný:

- číslo rozdelíme po tri číslice sprava doľava,
- každú trojicu číslic prevedieme na číslo v osmičkovej ČS.

$$[11|101|011|010]_2 = [3\ 5\ 3\ 2]_8$$



Prevody medzi ČS – prevod z okt. do bin.

Pre základy týchto sústav platí: $2^3=8^1$ - t.j. tri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom osmičkového čísla.

Príklad: Prevod čísla $[351]_8$ do dvojkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledovný:

- každú číslicu osmičkového čísla prevedieme na trojmiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo $[1]_8$ vyjadríme ako $[001]_2$).

$$[3 \quad 5 \quad 1]_8 = [11 \quad 101 \quad 001]_2$$

011 101 001

Prevody medzi ČS – prevod z bin. do hex.

Pre základy týchto sústav platí: $2^4=16^1$ - t.j. štyri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom šestnástkového čísla.

Príklad: Prevod čísla $[11101011010]_2$ do šestnástkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledovný:

- číslo rozdelíme po štyri číslice sprava doľava,
- každú štvoricu číslic prevedieme na číslo v šestnástkovej ČS.

$$[111|0101|1010]_2 = [7\ 5\ A]_{16}$$



Prevody medzi ČS – prevod z hex. do bin.

Pre základy týchto sústav platí: $2^4=16^1$ - t.j. štyri rády dvojkového čísla sa zobrazia jedným rádom šestnástkového čísla.

Príklad: Prevod čísla $[B73C]_{16}$ do dvojkovej číselnej sústavy.

Postup prevodu je nasledovný:

- každú číslicu šestnástkového čísla prevedieme na štvormiestne číslo do dvojkovej sústavy (zľava doplníme nuly, napr. číslo $[1]_{16}$ vyjadríme ako $[0001]_2$).

$$[B \quad 7 \quad 3 \quad C]_{16} = [1011 \ 0111 \ 0001 \ 1100]_2$$

$$1011 \ 0111 \ 0001 \ 1100$$

Porovnanie ČS

| P=10 | P=2 | P=8 | P=16 |
|------|-------|-----|------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |
| 17 | 10001 | 21 | 11 |
| 18 | 10010 | 22 | 12 |

Aritmetické operácie v binárnej ČS

- sú jednoduchšie, ako v dekadickej ČS.

Pravidlá:

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Odčítanie:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Sčítanie v binárnej ČS

Príklad č. 1: Sčítajte čísla $[9]_{10}$ a $[6]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[6]_{10} = [110]_2$$

$$[9]_{10} = [1001]_2$$

$$[15]_{10} = [1111]_2$$

Príklad č. 2: Sčítajte čísla $[94]_{10}$ a $[90]_{10}$ v dvojkovej ČS. Pri sčítaní dvoch jednotiek v jednom ráde vzniká tzv. prenos do vyššieho rádu.

$$[94]_{10} = [1011110]_2$$

$$[90]_{10} = [1011010]_2$$

$$[184]_{10} = [10111000]_2$$

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Sčítanie v binárnej ČS

Príklad č. 3: Sčítajte čísla $[299]_{10}$, $[190]_{10}$, $[298]_{10}$ a $[66]_{10}$ v dvojkovej ČS.

Pri sčítaní minimálne štyroch jednotiek v jednom ráde vzniká prenos a dva binárne rády vyššie.

$$\begin{array}{r} \phantom{[299]_{10} = [} _2 \\ \phantom{[299]_{10} = [} _2 \\ [299]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1]_2 \\ [190]_{10} = [\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0]_2 \\ [298]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0]_2 \\ [66]_{10} = []_2 \\ \hline [853]_{10} = [1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]_2 \end{array}$$

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Sčítanie v binárnej ČS

Príklad č. 4: Sčítajte čísla $[19,75]_{10}$ a $[9,5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

Sčítanie sa realizuje podľa rovnakého pravidla ako pri celých číslach.

$$\begin{array}{r} \phantom{[19,75]_{10}}]_2} \\ \phantom{[19,75]_{10}}]_2} \\ [19,75]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 1,1\ 1]_2 \end{array}$$

$$[9,5]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1,1\ 0]_2$$

$$[29,25]_{10} = [1\ 1\ 1\ 0\ 1,0\ 1]_2$$

Sčítanie:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

Odčítanie v binárnej ČS

Príklad č. 5: Odčítajte číslo $[53]_{10}$ od $[28]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[53]_{10} = [1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]_2$$

$$[28]_{10} = [\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0]_2$$

$$[25]_{10} = [0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1]_2$$

Odčítanie:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

Príklad č. 6: Odčítajte číslo $[19,75]_{10}$ od $[9,5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[19,75]_{10} = [1\ 0\ 0\ 1\ 1,1\ 1]_2$$

$$[\ 9,5]_{10} = [\ 1\ 0\ 0\ 1,1\ 0]_2$$

$$[10,25]_{10} = [\ 1\ 0\ 1\ 0,0\ 1]_2$$

Násobenie v binárnej ČS

Príklad č. 7: Vynásobte čísla $[22]_{10}$ a $[5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[22]_{10} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]_2$$

$$[5]_{10} = [1\ 0\ 1]_2$$

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Násobenie v binárnej ČS

Príklad č. 7: Vynásobte čísla $[22]_{10}$ a $[5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[22]_{10} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]_2$$

$$[5]_{10} = [1\ 0\ 1]_2$$

$$1\ 0\ 1\ 1\ 0$$

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Násobenie v binárnej ČS

Príklad č. 7: Vynásobte čísla $[22]_{10}$ a $[5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[22]_{10} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]_2$$

$$[5]_{10} = [0\ 1\ 0\ 1]_2$$

1 0 1 1 0

0 0 0 0 0

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Násobenie v binárnej ČS

Príklad č. 7: Vynásobte čísla $[22]_{10}$ a $[5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[22]_{10} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]_2$$

$$[5]_{10} = [0\ 1\ 0\ 1]_2$$

1 0 1 1 0

0 0 0 0 0

1 0 1 1 0

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Násobenie v binárnej ČS

Príklad č. 7: Vynásobte čísla $[22]_{10}$ a $[5]_{10}$ v dvojkovej ČS.

$$[22]_{10} = [1\ 0\ 1\ 1\ 0]_2$$

$$[5]_{10} = [1\ 0\ 1]_2$$

1 0 1 1 0

0 0 0 0 0

1 0 1 1 0

$$[110]_{10} = [1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0]_2$$

Násobenie:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

ČS z hľadiska práce počítača

- počítač pracuje s číslami v binárnej sústave,
- čísla v binárnej sústave sú však obyčajne dlhé a neprehľadné postupnosti núl a jednotiek,
- pre jednoduchší zápis binárnych čísel sa používa osmičková a šestnástková číselná sústava.



Ďakujem za pozornosť!
prestávka $[1010]_2$ minút